

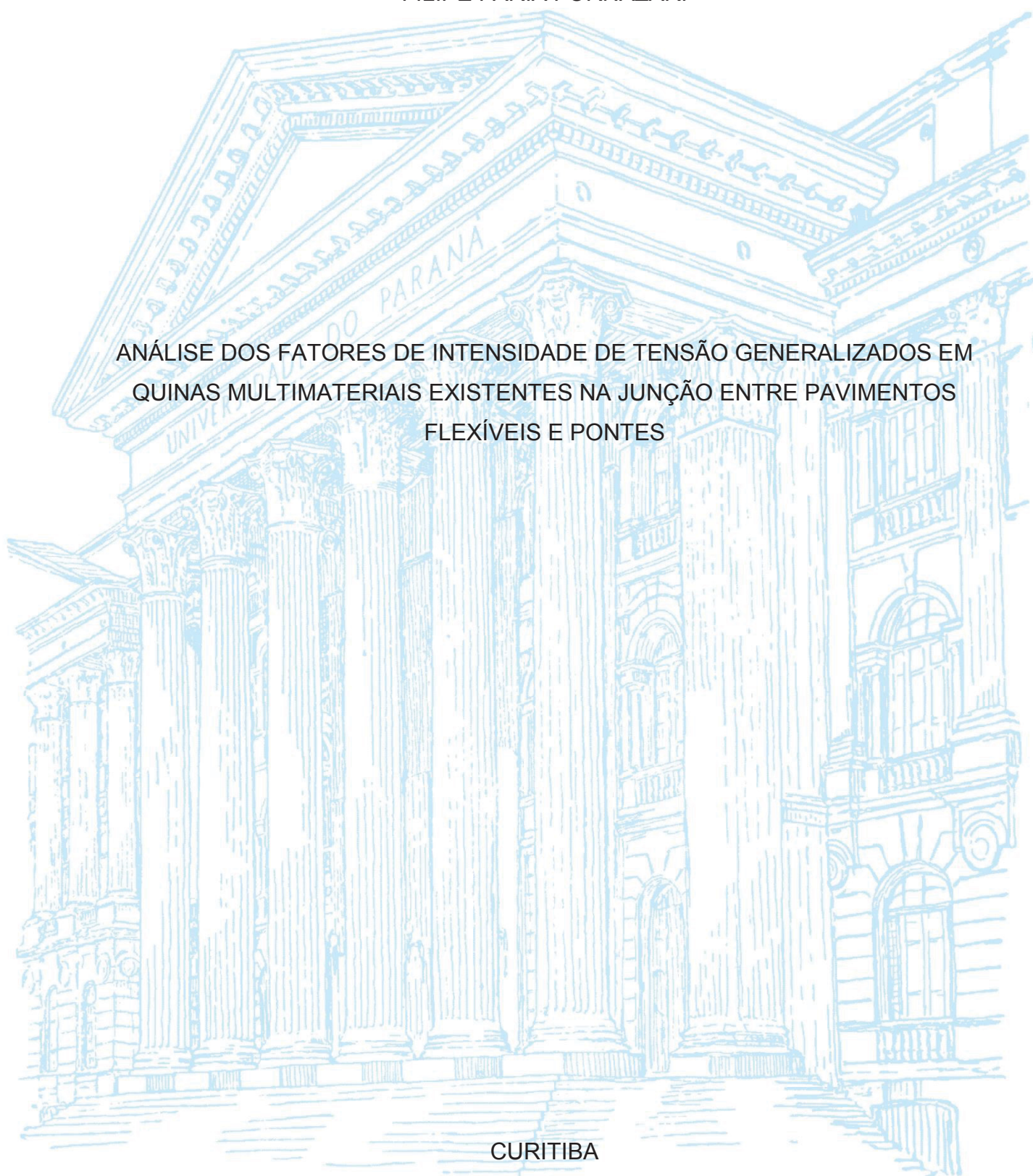
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

FILIPPE FARIA FORNAZARI

ANÁLISE DOS FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO GENERALIZADOS EM
QUINAS MULTIMATERIAIS EXISTENTES NA JUNÇÃO ENTRE PAVIMENTOS
FLEXÍVEIS E PONTES

CURITIBA

2019



FILIPPE FARIA FORNAZARI

ANÁLISE DOS FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO GENERALIZADOS EM
QUINAS MULTIMATERIAIS EXISTENTES NA JUNÇÃO ENTRE PAVIMENTOS
FLEXÍVEIS E PONTES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Construção Civil.

Orientadora: Prof. Dra. Daniane Franciesca Vicentini.

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

F727a

Fornazari, Filipe Faria

Análise dos fatores de intensidade de tensão generalizados em quinas multimateriais existentes na junção entre pavimentos flexíveis e pontes [recurso eletrônico] / Filipe Faria Fornazari. – Curitiba, 2019.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Construção Civil , 2019.

Orientador: Daniane Franciesca Vicentini .

1. Pontes. 2. Pavimentos flexíveis. 3. Tensão – concentração. 4. Quinas multimateriais. I. Universidade Federal do Paraná. II. Vicentini, Daniane Franciesca. III. Título.

CDD: 624.28

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR SETOR DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA DE
CONSTRUÇÃO CIVIL - 40001016049P2


TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE CONSTRUÇÃO CIVIL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **FILIPPE FARIA FORNAZARI** intitulada: **Análise dos fatores de intensidade de tensão generalizados em quinas multimateriais existentes na junção entre pavimentos flexíveis e pontes**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 15 de Abril de 2019.


DANIANE FRANCIESCA VICENTINI
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)


ALBERTO BARROSO CARO
Avaliador Externo (ETSI)


ELVIDIO GAVASSONI NETO
Avaliador Interno (UFPR)

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me deu a vida e todos os dons, talentos e energia para desenvolver essa pesquisa, conduzindo-me a este Mestrado e me guiando por todo o caminho, suportando-me e amando-me com o amor incondicional e incomparável com que me salvou para a vida eterna, mediante o sacrifício de Cristo Jesus. A Ele, todo louvor e honra, eternamente.

Aos meus pais, Nilton José Fornazari e Vera Cristina Faria Fornazari, pelo cuidado e empenho na minha formação, guiando-me não apenas em crescimento intelectual, mas, sobretudo, no desenvolvimento de princípios e de um caráter, bem como no aprendizado das verdades da Palavra de Deus.

À Professora Dra. Daniane Franciesca Vicentini, pela entrega e solicitude com que se dedicou à orientação desta pesquisa, mas também pela gentileza, humanidade e responsabilidade com que exerceu seu fundamental papel na formação deste mestrando.

Aos demais professores da banca, Dr. Alberto Barroso Caro e Dr. Elvidio Gavassoni Neto, pelas valiosas sugestões e contribuições à pesquisa.

À amiga Neusa Figur e aos demais colegas cujo companheirismo e troca de ideias tenham auxiliado na caminhada destes dois últimos anos.

Ao Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT) por conceder a este autor, servidor integrante do quadro técnico do Órgão, afastamento parcial de suas atividades de trabalho com conservação da remuneração integral, assim possibilitando a realização da pesquisa.

Aos servidores do DNIT que prestaram algum tipo de suporte a esta pesquisa, em especial nos nomes do Eng. Fernando Furiatti Saboia, antigo Chefe de Serviço da U.L. Ponta Grossa, que desde o princípio apoiou o autor deste trabalho na iniciativa de cursar o Mestrado; da Eng. Livia Lechinski, atual Chefe de Serviço da U.L. Ponta Grossa, que também manifestou suporte no que este mestrando eventualmente necessitasse ao longo do curso; e da servidora Kátia Regina Souza Simões, Chefe do Serviço de Gestão de Pessoas do DNIT/PR, que, no exercício responsável de suas atribuições, esteve disponível a este mestrando e teve importante papel na efetivação do afastamento parcial deste junto ao Órgão.

Por fim, a todos os demais amigos e familiares que, direta ou indiretamente, contribuíram ao desenvolvimento deste trabalho, seja manifestando interesse no

assunto da pesquisa, tecendo palavras de incentivo, dedicando seu tempo em oração por este mestrando e oferecendo suporte das mais diversas formas. A todos, muito obrigado.

RESUMO

O problema bastante comum de fissuração em cabeceiras de pontes está relacionado à interação entre diferentes materiais nessas áreas. Na busca por compreender os mecanismos de iniciação e propagação desse tipo de defeito, a Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL) pode oferecer importante contribuição. Mais especificamente, esta pesquisa objetiva obter os Fatores de Intensidade de Tensão Generalizados (FITGs) de algumas quinas multimateriais típicas de pontes e analisar sua relevância no estudo do problema. Para tanto, realiza-se um levantamento das geometrias de interesse e algumas são selecionadas para estudo. Os estados de tensões das geometrias são analisados através da modelagem em elementos finitos e as situações mais críticas de carregamento para cada geometria são definidas. Para essas situações, os parâmetros da MFEL são calculados, desenvolvendo-se um programa em linguagem Python para cálculo dos expoentes característicos das quinas. À luz dos resultados, o problema de fissuração na região de transição das pontes é analisado, buscando-se soluções. Mais do que os resultados específicos obtidos, o método apresentado de análise segundo os FITGs pode oferecer subsídios importantes para pesquisas futuras envolvendo problemas de quinas multimateriais, pelo que são discutidas algumas características do cálculo desses parâmetros e a sua relevância é avaliada. Destaque é dado para o programa desenvolvido em linguagem Python, que representará uma importante ferramenta para pesquisas futuras envolvendo quinas de até três materiais.

Palavras-chave: Pontes; Potencial de Fissuração; Quinas Multimateriais; Fatores de Intensidade de Tensão Generalizados.

ABSTRACT

The very common problem of cracking in bridge headers is related to the interaction between different materials in these places. In the search to understand the initiation and propagation mechanisms of this kind of defect, Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) can offer an important contribution. More specifically, this research aims to obtain the Generalized Stress Intensity Factors (GSIFs) of some typical bridges multimaterial corners and to analyze their relevance in the study of the problem. In order to do so, a search for the interest geometries is carried out and some are selected for the study. The geometries stress state is analyzed through a finite element modeling and the most critical loading situations for each geometry are defined. For these situations, the LEFM parameters are calculated, being developed a program in Python language to evaluate the corners' characteristic exponents. Considering the results, the problem of cracking in the bridges transition area is analyzed, seeking solutions. More than the specific results that are obtained, the presented GSIFs analysis method can offer important subsidies for future research involving multimaterial corners problems, reason why some characteristics of the calculation of these parameters are discussed and their relevance is evaluated. Highlight is given to the program developed in Python language, which will represent an important tool for future research involving corners up to three materials.

Keywords: Bridges; Cracking Potential; Multimaterial Corners; Generalized Stress Intensity Factors.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – (a) PROBLEMA NO ENCONTRO ENTRE PONTE E RODOVIA E (b) SOLUÇÃO PALIATIVA EXECUTADA	19
FIGURA 2 – FISSURAÇÃO EM CABECEIRAS DE PONTES	20
GRÁFICO 1 – QUANTIDADE DE OBRAS POR NOTA TÉCNICA NO ESTUDO DE VITÓRIO E BARROS (REGIÃO NORDESTE), EM COMPARAÇÃO COM OS DADOS DO DNIT (NACIONAL).....	24
FIGURA 3 – ETAPAS DE ESTUDO DA MODELAGEM INICIAL À ANÁLISE DOS RESULTADOS	28
FIGURA 4 – GEOMETRIA ESTUDADA POR GRIFFITH (1920).....	31
FIGURA 5 – CAMPO DE TENSÕES EM REFERÊNCIA À PONTA DA FISSURA	33
FIGURA 6 – MODOS DE DEFORMAÇÃO	34
FIGURA 7 – VARIAÇÃO DA TENACIDADE À FRATURA (AO QUADRADO) SEGUNDO A ESPESSURA	36
FIGURA 8 – GRÁFICO DE WILLIAMS PARA OS RESULTADOS DE λ	38
FIGURA 9 – GRÁFICO DE VASILOPOULOS PARA λ , EM CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE	41
QUADRO 1 – CLASSIFICAÇÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO DOS FITGs.....	43
FIGURA 10 – EXEMPLO DE CONFIGURAÇÃO DE EMPREGO DE LAJE DE TRANSIÇÃO EM UMA PONTE COM EXTREMIDADE EM BALANÇO (CROQUI SEM ESCALA).....	46
FIGURA 11 – PROBLEMAS FREQUENTES NAS PROXIMIDADES DE OAES	47
FIGURA 12 – DETALHES DE CONEXÃO, COM UNIDADES EM MM.....	49
FIGURA 13 – JUNTA DEFINIDA POR FÔRMAS	51
FIGURA 14 – JUNTA EM CHAPAS DENTADAS	51
FIGURA 15 – JUNTA ELASTOMÉRICA DE COMPRESSÃO (À ESQUERDA) E JUNTA TIPO “JEENE” (À DIREITA).....	52
FIGURA 16 – JUNTA EM PLACAS DE AÇO DESLIZANTES (À ESQUERDA) E JUNTA ELASTOMÉRICA MODULAR (À DIREITA)	52
FIGURA 17 – JUNTA EM MONOBLOCO DE ELASTÔMERO E AÇO	53
FIGURA 18 – TIPOS DE JUNTAS EM OAEs	54
QUADRO 2 – GEOMETRIAS DE INTERESSE NO PRESENTE ESTUDO	55

FIGURA 19 – DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO SOB COMPRESSÃO UNIAXIAL	59
FIGURA 20 – PROJETO DA PONTE SOBRE O RIO PINHEIRO SECO: (a) ELEVÇÃO LATERAL E (b) SEÇÃO TRANSVERSAL	61
FIGURA 21 – ARMADURA DO TABULEIRO (SEÇÃO TRANSVERSAL) – PONTE SOBRE O RIO PINHEIRO SECO	62
FIGURA 22 – TIPOS DE EVOLUÇÃO DA FRATURA NAS SIMULAÇÕES 2D	66
FIGURA 23 – GEOMETRIA 01: SEM LAJE DE TRANSIÇÃO.....	69
FIGURA 24 – CROQUI DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO	70
FIGURA 25 – CROQUI DO MODELO 3D	70
FIGURA 26 – EIXO EQUIVALENTE UTILIZADO NAS SIMULAÇÕES	71
FIGURA 27 – SITUAÇÕES DE APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO (COTAS EM CENTÍMETROS).....	72
FIGURA 28 – LANÇAMENTO INICIAL DA GEOMETRIA	74
FIGURA 29 – MALHA INICIAL: (a) VISÃO GLOBAL; (b) DETALHE AO REDOR DOS CILINDROS.....	74
FIGURA 30 – MALHA FINAL: (a) VISÃO GLOBAL; (b) DETALHE DOS CILINDROS; (c) VISTA DE TOPO DO DERREDOR DOS CILINDROS.....	75
FIGURA 31 – CASO 01: TENSÕES σ_x AO LONGO DE X.....	76
GRÁFICO 2 – CASOS 01 A 06: (a) σ_x , (b) σ_y E (c) σ_z	77
GRÁFICO 3 – CASOS 07 A 12: (a) σ_x , (b) σ_y E (c) σ_z	78
FIGURA 32 – MODELO 2D INICIAL	79
FIGURA 33 – PERSPECTIVA DO MODELO 3D MOSTRANDO (a) AS TENSÕES PRINCIPAIS σ_1 E (b) AS TENSÕES σ_x	80
FIGURA 34 – TENSÕES σ_z EM PERSPECTIVA DO MODELO 3D.....	81
FIGURA 35 – TENSÕES σ_z EM CORTE TRANSVERSAL DO MODELO 3D ($x = 7,0$ m).....	82
FIGURA 36 – DEFORMAÇÕES ϵ_x EM CORTE TRANSVERSAL DO MODELO 3D ($x = 7,0$ m).....	83
FIGURA 37 – DEFORMAÇÕES ϵ_z EM CORTE TRANSVERSAL DO MODELO 3D ($x = 7,0$ m).....	83
FIGURA 38 – SIMULAÇÃO 2D: (a) MALHA INICIAL; (b) DETALHE DE S_x PRÓXIMO À QUINA MULTIMATERIAL.....	84
GRÁFICO 4 – COMPARAÇÃO DAS TENSÕES σ_x NOS TRÊS MODELOS	85

FIGURA 39 – LAJE DE TRANSIÇÃO SIMPLES (LTS).....	86
FIGURA 40 – LANÇAMENTO INICIAL DA GEOMETRIA.....	87
FIGURA 41 – TENSÕES σ_x PARA OS MODELOS (a) COM ENGASTE E (b) COM ENCHIMENTO	88
FIGURA 42 – TENSÕES σ_x , COM SOLO DE MÓDULO REDUZIDO, PARA OS MODELOS (a) COM ENGASTE E (b) COM ENCHIMENTO.....	88
FIGURA 43 – DETALHES DAS TENSÕES σ_x PARA OS MODELOS (a) COM ENGASTE E (b) COM ENCHIMENTO	89
FIGURA 44 – TENSÕES σ_x COM NOVA CONFIGURAÇÃO DE USO DO MATERIAL DE ENCHIMENTO	90
FIGURA 45 – LAJE DE TRANSIÇÃO SIMPLES REBAIXADA (LTSR).....	91
FIGURA 46 – LANÇAMENTO INICIAL DA GEOMETRIA 03.....	91
FIGURA 47 – TENSÕES σ_x NA GEOMETRIA COM O USO DO CONTATO	93
FIGURA 48 – TENSÕES σ_x COM O USO DO MATERIAL DE ENCHIMENTO	93
FIGURA 49 – TENSÕES σ_x COM CARREGAMENTO EM POSIÇÃO INTERMEDIÁRIA SOBRE A LAJE DE TRANSIÇÃO	94
FIGURA 50 – TENSÕES σ_x COM O USO DO CONTATO	95
FIGURA 51 – QUINA MULTIMATERIAL LOCAL.....	96
QUADRO 3 – RESULTADOS DA ANÁLISE DE POSIÇÃO CRÍTICA À TRAÇÃO ..	98
FIGURA 52 – SITUAÇÕES DE ANÁLISE PARA A EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS DA MFEL (COTAS EM METROS).....	98
FIGURA 53 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DE λ (PARTE REAL) COM WILLIAMS (1952).....	104
FIGURA 54 – QUINA TRIMATERIAL LOCAL.....	105
FIGURA 55 – ENTALHE MULTIMATERIAL	107
QUADRO 4 – CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	108
FIGURA 56 – GRÁFICOS PARA QUINAS TRIMATERIAIS	110
FIGURA 57 – FLUXOGRAMA RESUMIDO DE FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA	112
GRÁFICO 5 – CASO A – COMPARAÇÃO COM PAGEAU, JOSEPH E BIGGERS (1994).....	113
GRÁFICO 6 – CASO B – COMPARAÇÃO COM PAGEAU, JOSEPH E BIGGERS (1994).....	114

GRÁFICO 7 – CASO C – COMPARAÇÃO COM PAGEAU, JOSEPH E BIGGERS (1994).....	114
FIGURA 58 – EXERCÍCIO DE CALIBRAÇÃO PARA OBTENÇÃO DO FIT	117
FIGURA 59 – LANÇAMENTO INICIAL DA MALHA NO TESTE DE CALIBRAÇÃO.....	117
GRÁFICO 8 – TENSÃO σ_y EM RELAÇÃO À DISTÂNCIA r DA PONTA DA FISSURA	119
GRÁFICO 9 – TENSÃO σ_y NO INTERVALO ESCOLHIDO	120
FIGURA 60 – ESQUEMA DO ELEMENTO PLANE183	121
GRÁFICO 10 – TENSÃO σ_y NO INTERVALO ESCOLHIDO PARA A MALHA REFINADA.....	121
FIGURA 61 – VARIAÇÃO DA TENACIDADE À FRATURA (AO QUADRADO) SEGUNDO A ESPESSURA.....	123
FIGURA 62 – ÁREAS DE CONTROLE PARA MANUSEIO DA MALHA LOCAL ...	124
FIGURA 63 – DETALHE DA MALHA EMPREGADA PARA OBTENÇÃO DOS FITs	125
FIGURA 64 – SITUAÇÕES DE ANÁLISE PARA A EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS DA MFEL (COTAS EM METROS)	126
FIGURA 65 – TENSÕES σ_x E TENSÕES PRINCIPAIS σ_1	126
GRÁFICO 11 – TENSÃO σ_x NO INTERVALO ESCOLHIDO PARA A GEOMETRIA 01	127
GRÁFICO 12 – TENSÃO σ_x NO INTERVALO ESCOLHIDO PARA A GEOMETRIA 03	128
FIGURA 66 – EIXOS LOCAIS PARA CÁLCULO DOS FITGs DA QUINA TRIMATERIAL	130
FIGURA 67 – DETALHE DA MALHA EMPREGADA PARA OBTENÇÃO DOS FITGs	133
GRÁFICO 13 – TENSÕES σ_x , σ_y E σ_z E TANGENCIAL σ_{xy} NORMALIZADAS EM RELAÇÃO À TENSÃO PRINCIPAL σ_1	134
GRÁFICO 14 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF.....	135
GRÁFICO 15 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS PARA CÁLCULO DE K_1	136
GRÁFICO 16 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF.....	137

GRÁFICO 17 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF	138
GRÁFICO 18 – TENSÕES σ_x , σ_y E σ_z E TANGENCIAL σ_{xy} NORMALIZADAS EM RELAÇÃO À TENSÃO PRINCIPAL σ_1	140
GRÁFICO 19 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF	140
GRÁFICO 20 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF	142
GRÁFICO 21 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF	142
GRÁFICO 22 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF	143
QUADRO 5 – RESUMO DOS RESULTADOS	144
FIGURA A.1 – MALHA DO MODELO PARA VALIDAÇÃO.....	159
FIGURA A.2 – (a) LANÇAMENTO DA ESTRUTURA NO FTOOL; (b) DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES DO FTOOL	160
GRÁFICO A.1 – COMPARAÇÃO DAS TENSÕES σ_x NOS TRÊS MODELOS, COM CONSIDERAÇÃO DA INFLUÊNCIA DO PILAR.....	162
GRÁFICO A.2 – COMPARAÇÃO DAS TENSÕES σ_x NOS TRÊS MODELOS, SEM CONSIDERAÇÃO DA INFLUÊNCIA DO PILAR.....	162
FIGURA A.3 – TESTE DE APLICAÇÃO DE CONTATO EM VIGA BIAPOIADA	164
FIGURA A.4 – TENSÕES NO TESTE DE CONTATO DA VIGA	164
FIGURA B.1 – CASOS INICIAIS DE CARREGAMENTO	166
GRÁFICO B.1 – TENSÃO σ_x (CASOS 01 – 08)	167
GRÁFICO B.2 – TENSÃO σ_x (CASOS 09 – 10)	168
GRÁFICO B.3 – TENSÃO σ_x NA FIBRA SUPERIOR.....	168
GRÁFICO B.4 – TENSÃO σ_x NA FIBRA INFERIOR	169
FIGURA B.2 – 12 CASOS DE CARREGAMENTO.....	170
FIGURA B.3 – DETALHE DA MALHA (a) NA ANÁLISE INICIAL EM 2D E (b) NA NOVA ANÁLISE DE POSIÇÃO CRÍTICA.....	170
GRÁFICO B.5 – TENSÃO σ_x NA FIBRA SUPERIOR.....	171
FIGURA B.4 – 16 CASOS DE CARREGAMENTO.....	171
GRÁFICO B.6 – TENSÃO σ_x (CASOS 02 – 09)	172
GRÁFICO B.7 – TENSÃO σ_x (CASOS 10 – 15)	173

GRÁFICO B.8 – TENSÃO σ_x (CASO 00)	174
GRÁFICO B.9 – TENSÃO σ_x NO CONCRETO ASFÁLTICO EM $x = 7,0$ m	174
FIGURA B.05 – 14 CASOS DE CARREGAMENTO	175
GRÁFICO B.10 – TENSÃO σ_x (CASOS 01 – 02).....	175
GRÁFICO B.11 – TENSÃO σ_x (CASOS 03 – 07; 13).....	176
GRÁFICO B.12 – TENSÃO σ_x NA FIBRA SUPERIOR	177
GRÁFICO B.13 – TENSÃO σ_x NA FIBRA INFERIOR	177
GRÁFICO B.14 – TENSÃO σ_x (CASO 00).....	178
GRÁFICO B.15 – TENSÃO σ_x (CASOS 01 – 06).....	179
GRÁFICO B.16 – TENSÃO σ_x (CASOS 07 – 13; 00).....	180
GRÁFICO B.17 – TENSÃO σ_x NO CONCRETO ASFÁLTICO EM $x = 7,0$ m.....	181

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – CLASSIFICAÇÃO POR ESTADO DE CONSERVAÇÃO DAS OAEs EM 2015 SEGUNDO A NORMA DNIT Nº 10/2004-PRO	23
TABELA 2 – VALORES ESTIMADOS DE MÓDULO DE ELASTICIDADE EM FUNÇÃO DO f_{ck} DO CONCRETO (CONSIDERANDO O USO DE GRANITO COMO AGREGADO GRAÚDO).....	60
TABELA 3 – MÓDULOS DE RESILIÊNCIA DE MISTURAS INVESTIGADAS NO BRASIL (25° C)	64
TABELA 4 – VALORES ADOTADOS PARA OS MATERIAIS DE INTERESSE	68
TABELA 5 – COORDENADAS DOS CENTROS DAS RODAS EQUIVALENTES (cm)	73
TABELA 6 – MENOR λ POSITIVO PARA A CONDIÇÃO LIVRE – LIVRE.....	104
TABELA 7 – EXPOENTES CARACTERÍSTICOS PARA A QUINA EM ESTUDO	115
TABELA 8 – RESULTADOS DO TESTE DE CALIBRAÇÃO	122
TABELA 9 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EM EPT E EPD.....	123
TABELA 10 – RESULTADOS DO FIT (REGIÃO A) PARA AS GEOMETRIAS DE INTERESSE	128
TABELA 11 – RESULTADOS INICIAIS DOS FITGs PARA A GEOMETRIA 01	136
TABELA 12 – VARIAÇÃO DOS RESULTADOS DOS FITGs PARA A GEOMETRIA 01	139
TABELA 13 – RESULTADOS INICIAIS DOS FITGs PARA A GEOMETRIA 03	141
TABELA 14 – VARIAÇÃO DOS RESULTADOS DOS FITGs PARA A GEOMETRIA 03	143
TABELA A.1 – RESULTADOS DO TESTE DE VALIDAÇÃO	161
TABELA B.1 – POSIÇÃO x DO CENTRO DE CADA SEGMENTO DE CARREGAMENTO (m).....	166

LISTA DE SIGLAS

ABNT	–	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CA	–	Concreto Asfáltico
CAP	–	Cimento Asfáltico de Petróleo
DER	–	Departamento de Estradas de Rodagem
DNER	–	Departamento Nacional de Estradas de Rodagem
DNIT	–	Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes
EPD	–	Estado Plano de Deformações
EPT	–	Estado Plano de Tensões
FIT	–	Fator de Intensidade de Tensão
FITG	–	Fator de Intensidade de Tensão Generalizado
GL	–	Grau de liberdade
JBM	–	Junta de Betume Modificado
JOPC	–	Junta Oculta sob Pavimento Contínuo
LTG	–	Laje de Transição do <i>Graubünden</i>
LTO	–	Laje de Transição do <i>OFROU</i>
LTS	–	Laje de Transição Simples
LTSR	–	Laje de Transição Simples Rebaixada
MEC	–	Método dos Elementos de Contorno
MEF	–	Método dos Elementos Finitos
MFEL	–	Mecânica da Fratura Elástica Linear
MFF	–	Mecânica da Fratura Finita
MR	–	Módulo de Resiliência
OAE	–	Obra de Arte Especial
OFROU	–	<i>Office Fédéral des Routes</i>
SLT	–	Sem Laje de Transição

LISTA DE SÍMBOLOS

δ_s	–	densidade de energia de superfície por unidade de área
a_c	–	semicomprimento crítico da fissura
σ	–	tensão normal
ε	–	deformação relativa
E	–	módulo de elasticidade
ν	–	coeficiente de Poisson
G	–	taxa de liberação de energia (Mecânica da Fratura clássica) ou módulo de elasticidade transversal
W	–	trabalho
U_e	–	energia de deformação elástica
(r, θ)	–	coordenadas polares de um ponto em relação à singularidade
K_k	–	Fator de Intensidade de Tensão no modo de deformação k
Y	–	fator geométrico
K_c	–	FIT crítico ou tenacidade à fratura no EPT
K_{Ic}	–	FIT crítico ou tenacidade à fratura no EPD
λ_k	–	expoentes característicos da singularidade
δ	–	ordem de singularidade
α	–	ângulo sólido de abertura de um canto angular
f_c	–	resistência do concreto à compressão
f_{ct}	–	resistência do concreto à tração direta
f_{ck}	–	resistência característica do concreto à compressão
E_{ci}	–	módulo de elasticidade tangente inicial do concreto
E_{cs}	–	módulo de elasticidade secante do concreto
E_{11}	–	módulo de elasticidade na direção principal
E_{22}	–	módulo de elasticidade nas direções ortogonais
$E_m; E_f$	–	módulo de elasticidade da matriz ou das fibras (Regra das Misturas)
$V_m; V_f$	–	percentuais dos volumes da matriz ou das fibras em relação ao total
M	–	momento fletor
I	–	momento de inércia
$u_r; u_\theta$	–	deslocamentos radiais e circunferenciais
κ	–	constante de Kolosov
θ_j	–	nas quinas multimateriais, o ângulo sólido do material j

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	OBJETIVO	22
1.2	JUSTIFICATIVA.....	22
1.3	MÉTODO DE PESQUISA E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	26
2	REFERENCIAL TEÓRICO	30
2.1	FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DA FRATURA	30
2.1.1	Crítério de Griffith.....	31
2.1.2	Fatores de Intensidade de Tensão (FITs).....	33
2.2	MECÂNICA DA FRATURA APLICADA ÀS QUINAS MULTIMATERIAIS	36
2.2.1	Fatores de Intensidade de Tensão Generalizados (FITGs).....	37
2.2.2	FITGs em quinas multimateriais	41
2.2.3	Mecânica da Fratura Finita (MFF)	43
3	GEOMETRIAS DE INTERESSE E ESTUDO DOS MATERIAIS	45
3.1	SELEÇÃO DAS GEOMETRIAS DE INTERESSE	45
3.1.1	Geometrias da Transição Pavimento-Ponte	45
3.1.2	Juntas de Dilatação Em OAEs.....	50
3.1.3	Resumo de Quinas Multimateriais para Estudo.....	55
3.2	ESTUDO DOS MATERIAIS.....	58
3.2.1	Concreto Armado.....	58
3.2.2	Concreto Asfáltico.....	63
3.2.3	Demais Materiais Envolvidos	67
3.2.4	Resumo das Características dos Materiais.....	68
4	ANÁLISE INICIAL EM ELEMENTOS FINITOS	69
4.1	MODELO 3D INICIAL	69
4.2	MODELO 2D INICIAL	79
4.3	MODELAGEM DA GEOMETRIA COM LAJE DE TRANSIÇÃO	86
4.3.1	Modelagem da geometria 02 (LTS)	86
4.3.2	Modelagem da geometria 03 (LTSR).....	91

4.4	NOVA ANÁLISE DE SITUAÇÃO CRÍTICA PARA AS GEOMETRIAS	96
4.5	SUMÁRIO DE CONCLUSÕES DA ANÁLISE INICIAL EM ELEMENTOS FINITOS	98
5	PROGRAMAÇÃO PARA CÁLCULO DOS EXPOENTES CARACTERÍSTICOS	101
5.1	IMPLEMENTAÇÃO DE WILLIAMS (1952) CONFORME VASILOPOULOS (1988).....	103
5.2	SOLUÇÕES PARTICULARES PARA OS EXPOENTES CARACTERÍSTICOS DAS QUINAS	105
6	OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DA MFEL.....	116
6.1	OBTENÇÃO DOS FITs	116
6.1.1	Método de obtenção do FIT e calibração	116
6.1.2	FITs para as geometrias de interesse	124
6.2	OBTENÇÃO DOS FITGs	128
6.2.1	Método de extração dos FITGs	129
6.2.2	FITGs para as geometrias de interesse	133
6.3	DISCUSSÃO	144
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	148
7.1	CONCLUSÕES	148
7.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	151
8	REFERÊNCIAS.....	152
	APÊNDICE A – Testes Complementares da Análise Inicial pelo MEF.....	159
	APÊNDICE B – Análise de Situações Críticas.....	166

1 INTRODUÇÃO

As pontes, como Obras de Arte Especiais (OAEs), são estruturas construídas a fim de propiciar a transposição de obstáculos como depressões, elementos hídricos ou outras vias de tráfego, possuindo um vão livre longitudinal de mais de seis metros e sustentando, conforme definição do DNIT (2010), uma via para passagem de veículos e outras cargas móveis. Representam dispositivos viários de grande importância ao garantir a continuidade de rodovias e ferrovias, sendo que sua falha ou ruína está comumente associada a significativos dispêndios de ordem financeira ao administrador da via e a grandes transtornos operacionais.

Alguns dos problemas comuns de pontes rodoviárias residem em suas cabeceiras, no ponto de encontro de sua estrutura com a do pavimento da via. A foto da FIGURA 1-a registra um problema recorrente em uma ponte de uma rodovia federal, que apresenta um afundamento do pavimento junto a uma das cabeceiras. Na FIGURA 1-b é apresentada a intervenção posterior executada no local, como solução paliativa, pela empresa contratada para a manutenção do trecho.

FIGURA 1 – (a) PROBLEMA NO ENCONTRO ENTRE PONTE E RODOVIA E (b) SOLUÇÃO PALIATIVA EXECUTADA



FONTE: Acervo da UL-DNIT/PG (2016).

Problemas como esse podem ter diversas causas. A origem pode estar, por exemplo, na desestabilização do aterro em função da erosão contínua provocada pelo corpo hídrico no pé do talude de apoio ou em função de erosão advinda de uma cheia excepcional. O aterro pode sofrer adensamento por má compactação em uma de suas camadas ou o próprio pavimento pode afundar em função de insuficiência estrutural, fluência do material asfáltico, ou outras várias manifestações patológicas possíveis.

Fato é que a interação de materiais de propriedades diferentes nas OAEs implica a necessidade de conhecimentos específicos sobre seu comportamento, a fim de compreender os fatores que dão origem à formação de defeitos.

Uma das manifestações patológicas mais comuns em cabeceiras de pontes, diretamente relacionada ao comportamento de interações multimateriais, é a presença de fissuras. Embora aparentemente não tão significativo em uma primeira análise, esse problema pode ser porta de entrada a defeitos bastante importantes. As fotos da FIGURA 2 ilustram a ocorrência de fissuração nas cabeceiras de duas outras pontes rodoviárias.

FIGURA 2 – FISSURAÇÃO EM CABECEIRAS DE PONTES



FONTE: Acervo da UL-DNIT/PG (2017).

Problemas como esse, envolvendo concentrações de tensões em encontros de materiais, têm encontrado especial atenção da Mecânica da Fratura. Com sua gênese no contexto de grandes acidentes do início do século XX, essa área de estudo nasceu da busca por compreender como peças de aço de alta resistência, com ruptura esperada dúctil, eventualmente rompiam a baixos níveis de tensão e de forma aparentemente frágil (BROEK, 1982).

Havia pouco conhecimento, à época, dos mecanismos que envolvem a iniciação e a propagação de fissuras, de modo que este problema foi o objeto da Mecânica da Fratura em seu advento. Segundo Broek (1982), desta é possível se obter a metodologia para compensar inadequações dos projetos convencionais de estruturas, uma vez que estes se baseiam em critérios insuficientes quando da probabilidade de ocorrência de fissuras.

Na busca de parâmetros para o dimensionamento à fratura, Griffith (1920) apresentou um importante critério de falha na definição de uma taxa de liberação de energia crítica, através da qual seria possível prever em que condição uma fissura se propagaria. Apenas em 1957, contudo, é que Irwin publicou um trabalho que proporcionaria a definição do Fator de Intensidade de Tensões (FIT), uma constante que rege o campo de tensões próximo à ponta da fissura, conforme a equação:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(r, \theta) \quad 1.1$$

em que K é o FIT e r e θ são as coordenadas polares de um ponto em que se investiga a tensão σ_{ij} .

Comparado a um valor crítico, característico do material, a obtenção do FIT de um problema permite prever a falha à fratura. Valendo-se da teoria da elasticidade linear, a formulação em 1.1 implica uma singularidade de tensões na ponta da fissura, de modo que, quando a distância r de um ponto à extremidade da fissura tende a zero, a tensão tende ao infinito. Embora essa possa ser considerada uma limitação de aplicação física da solução, uma vez que nenhum material real poderia suportar uma tensão infinita (DEMPSEY; SINCLAIR, 1979), a chamada Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL) encontrou significativa aplicação nos problemas de engenharia. Mesmo para materiais de comportamento distante do elástico linear, os parâmetros da MFEL por vezes oferecem soluções suficientes, incluindo eventualmente alguns ajustes para isso, como a consideração de um raio de plastificação ao redor da ponta da fissura.

Fato é que, ao tratar da singularidade de tensões em fissuras, os conceitos da Mecânica da Fratura logo foram aplicados para outros problemas a que a teoria da elasticidade linear também indicava singularidades. Dentre estes, encontram-se as quinas multimateriais e, para esse problema, destaca-se a contribuição que é

diretamente aplicada neste trabalho: os Fatores de Intensidade de Tensão Generalizados (FITGs), segundo definidos por Vasilopoulos (1988).

Como uma generalização dos FITs, como o próprio nome indica, a obtenção dos FITGs de um problema pode ser útil à definição de um critério de falha de uma geometria. Vicentini (2012), dando sequência ao trabalho de Barroso (2007), utilizou os FITGs na análise de uma junta de três materiais, a fim de estudar um critério de falha para a conexão.

De maneira semelhante, a presente pesquisa busca contribuições que a MFEL possa oferecer ao estudo das tensões em quinas multimateriais de pontes. Para tanto, algumas dessas geometrias são analisadas visando à obtenção dos FITGs, entendendo que tais parâmetros podem auxiliar na compreensão de mecanismos de iniciação de defeitos nas quinas e, conseqüentemente, na definição de critérios de prevenção a falhas. A sequência de análise empregada pode ser futuramente estendida a outros problemas de quinas multimateriais, com diversas aplicações.

1.1 OBJETIVO

O objetivo da presente pesquisa é explorar, sob a perspectiva da MFEL, os mecanismos que induzem ao aparecimento e à propagação de defeitos em quinas multimateriais típicas de pontes, especialmente decorrentes de singularidades de tensões cuja intensidade possa ser avaliada através dos FITGs.

Como objetivos específicos, este trabalho intenciona:

- a) para algumas geometrias de interesse, modelar e observar seus estados de tensão segundo o Método dos Elementos Finitos (MEF);
- b) implementar um método analítico para avaliação dos expoentes característicos das geometrias de interesse;
- c) obter os FITGs para as quinas multimateriais estudadas e avaliar sua relevância para caracterização do estado de tensões das geometrias.

1.2 JUSTIFICATIVA

O estudo em questão é relevante no âmbito de conhecimento e análise de problemas em pontes.

No Relatório de Gestão referente ao exercício 2015 do Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT), disponível publicamente no *site* do órgão, que é responsável pelas rodovias federais brasileiras não concedidas nem delegadas, são apresentados dados sobre o estado de conservação de 4.162 dessas estruturas (de um total de 6662) com base nos critérios da Norma DNIT nº 10/2004-PRO, consoante TABELA 1. Segundo os dados disponíveis, observa-se que praticamente metade (aproximadamente 47,02%) das OAEs apresenta problemas importantes, sendo que 185 delas, aproximadamente 4,44% do total, encontram-se em estado problemático ou crítico (notas 1 ou 2).

TABELA 1 – CLASSIFICAÇÃO POR ESTADO DE CONSERVAÇÃO DAS OAEs EM 2015 SEGUNDO A NORMA DNIT Nº 10/2004-PRO

(continua)

Lote	Estado	Nota Técnica 1	Nota Técnica 2	Nota Técnica 3	Nota Técnica 4	Nota Técnica 5
1	AC	0	0	20	4	1
	AM	0	0	0	0	0
	AP	0	0	0	0	0
	MA	0	15	71	127	20
	MT	0	2	87	17	8
	PA	0	1	8	23	17
	PI	0	13	45	64	37
	RO	0	0	0	0	0
	RR	0	0	0	0	0
Total Lote 1		0	31	231	235	83
2	AL	0	5	42	45	36
	BA	1	50	198	121	25
	CE	0	4	47	36	24
	ES	0	10	47	47	21
	PB	0	23	59	37	62
	PE	2	18	227	188	103
	RJ	0	0	0	0	0
	RN	0	6	83	63	37
	SE	0	0	21	17	42
Total Lote 2		3	116	724	554	350
3	DF	0	0	23	37	7
	GO	0	7	108	104	65
	MG	2	18	260	480	102
	SP	0	0	7	9	7
	TO	0	2	36	54	18
Total Lote 3		2	27	434	684	199

TABELA 1 – CLASSIFICAÇÃO POR ESTADO DE CONSERVAÇÃO DAS OAEs EM 2015 SEGUNDO A NORMA DNIT Nº 10/2004-PRO

(conclusão)						
Lote	Estado	Nota Técnica 1	Nota Técnica 2	Nota Técnica 3	Nota Técnica 4	Nota Técnica 5
4	MS	0	1	137	39	10
	PR	0	0	1	0	0
	RS	0	5	245	46	5
	SC	0	0	0	0	0
Total Lote 4		0	6	383	85	15
Classificação Nacional						
Total Nacional		5	180	1.772	1.558	647

Legenda Nota de Avaliação (Norma DNIT 010/2004 – PRO):

Nota 1 – Obra Crítica

Nota 2 – Obra Problemática

Nota 3 – Obra Potencialmente Problemática

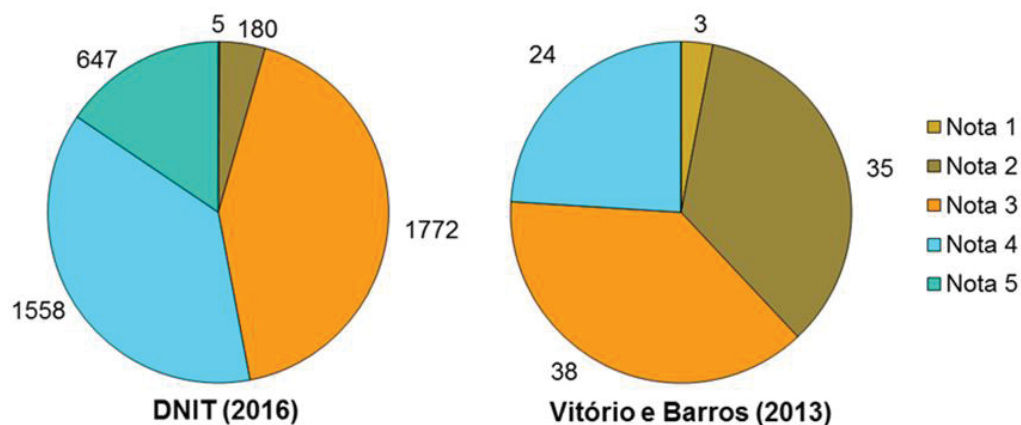
Nota 4 – Obra sem Problemas Importantes

Nota 5 – Obra sem Problemas

Fonte: DNIT (2016).

Em uma menor escala, Vitório e Barros (2013) também buscaram um retrato da condição de manutenção das pontes brasileiras, procedendo à análise do estado de 100 pontes distribuídas por oito rodovias federais localizadas na região Nordeste. Foram dez estruturas vistoriadas em três rodovias do Piauí, duas em uma rodovia de Paraíba, 61 em três rodovias de Pernambuco e 27 em uma rodovia da Bahia. O resultado da classificação das pontes é mostrado no GRÁFICO 1 e apresentado ao lado dos dados do DNIT (2016), para efeito de comparação entre o cenário local estudado pelos autores e o cenário nacional.

GRÁFICO 1 – QUANTIDADE DE OBRAS POR NOTA TÉCNICA NO ESTUDO DE VITÓRIO E BARROS (REGIÃO NORDESTE), EM COMPARAÇÃO COM OS DADOS DO DNIT (NACIONAL)



FONTE: O Autor (2019).

Observa-se que, para o universo específico estudado por Vitório e Barros (2013), os resultados foram ainda piores que o da avaliação de proporção nacional do DNIT. Apenas 24 das 100 obras analisadas foram consideradas sem problemas importantes. Para os autores, seu trabalho ratifica a ausência de uma cultura de manutenção no Brasil, o que, segundo eles, acarreta graves consequências, que se traduzem em riscos aos usuários e em prejuízos materiais e financeiros.

Ainda que seja difícil quantificar o prejuízo financeiro direto que a falta de manutenção das OAEs traz ao país, sabe-se que o custo de restauração de uma ponte pode atingir grandes valores. Apenas para citar alguns exemplos, extraídos do portal de licitações do DNIT (2017), o valor global inicial com que foi licitada a restauração da Ponte sobre o Rio São Francisco, da BR-110/BA, foi de R\$ 5.702.099,03, enquanto a licitação da restauração da Ponte Internacional Brasil – Paraguai (Ponte da Amizade), ocorrida em 2014, foi vencida com uma proposta de R\$ 10.280.000,00.

Mais do que a necessidade de obras de restauração, a falta de serviços de conservação em pontes eventualmente leva à ocorrência de acidentes e até mesmo à ruptura da estrutura. Os custos de uma reconstrução são significativos e o impacto social e econômico que a interdição de uma rodovia representa é de difícil mensuração. Além do risco de perda de vidas quando da falha de estrutura de uma ponte, a interdição da via pode significar o isolamento de uma comunidade ou mesmo de uma cidade, cuja população fica impedida de, por exemplo, acessar hospitais, receber provisões e trabalhar em outras localidades. Ainda, o tráfego desviado da via interrompida pode trazer prejuízos para outras vias, que não haviam sido projetadas para o volume de veículos que passam a receber em caráter emergencial.

Falhas em OAEs também podem trazer impactos ambientais. A desestabilização de um aterro de acesso de uma ponte, por exemplo, pode provocar carreamento de material para dentro do corpo hídrico. A necessidade de uma obra de reconstrução implica a repetição de impactos ambientais ocorridos na construção.

Fato é que a manutenção das OAEs deve ser tratada como um serviço estratégico para garantir a continuidade de operação de uma rodovia e manutenção de sua vida útil. Desse modo, este trabalho é justificado ao pretender buscar uma abordagem diferente para estudo de partes sensíveis desses dispositivos: as interações entre os materiais na estrutura, especialmente na região de transição ponte – pavimento. Entende-se que a análise mediante a utilização de fundamentos da Mecânica da Fratura pode trazer contribuição à compreensão de mecanismos de

falhas em pontes, permitindo combatê-los e, assim, evitar os impactos econômicos, sociais e ambientais que a ruptura de uma ponte pode representar.

1.3 MÉTODO DE PESQUISA E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A estratégia de pesquisa inicia com um levantamento das geometrias de interesse e a posterior definição daquelas a serem efetivamente estudadas neste trabalho. Para tanto, buscou-se elencar quinas multimateriais diretamente sujeitas às cargas de tráfego, portanto aquelas que ocorrem próximas às superfícies das OAEs.

Como um trabalho inicial com perfil exploratório, do qual se vislumbra a possibilidade de abertura a novos temas de pesquisa no futuro, este estudo buscou também selecionar geometrias relativamente simples que favorecessem o desenvolvimento de um método de obtenção e análise segundo os FITGs. Nesse contexto, adotaram-se também algumas simplificações à caracterização das geometrias, visando a modelagem em elementos finitos e o próprio cálculo dos parâmetros da MFEL.

Tais simplificações envolvem, por exemplo, a consideração de interfaces perfeitamente aderidas entre materiais, hipótese comum em análise de pavimentos segundo o MEF. Em outra consideração adotada, materiais heterogêneos e de comportamento não linear, como o concreto asfáltico, são representados como homogêneos e elástico lineares.

Essas simplificações podem ser entendidas, em algum nível, como limitações à aplicabilidade dos conceitos aqui estudados. Não obstante, são importantes para viabilizar a análise segundo os FITGs e toma-se por hipótese que não trarão prejuízos significativos à observação do estado de tensões das geometrias. Ainda que a singularidade de tensão nas quinas ocorra de forma bastante localizada, os valores dos FITGs refletem o estado de tensão global, de modo que se espera que a comparação desses parâmetros para duas juntas, modeladas com os mesmos critérios de simplificação, indique o maior potencial de fissuração entre elas.

Selecionadas as geometrias e com base nas hipóteses aqui citadas, a etapa seguinte da pesquisa consiste em modelá-las em um *software* de elementos finitos para estudar seus estados de tensões. Para tanto, inicialmente se modela uma das geometrias em três dimensões e realiza-se uma análise de posição crítica de

carregamento para, na sequência, buscar reduzir o problema a uma simulação em 2D.

Uma vez estabelecidos alguns critérios importantes para permitir o estudo das geometrias com um modelo bidimensional, estas foram submetidas a uma nova análise de posição crítica de carregamento, visando definir as situações às quais seriam obtidos os parâmetros da MFEL.

Embora o enfoque deste trabalho esteja no estudo dos FITGs, adiantando-se a observação de pontos críticos, segundo a análise pelo MEF, também em posições não diretamente associadas a uma quina multimaterial local, estes pontos foram estudados, complementarmente, mediante o cálculo de um FIT convencional. Assim sendo, este trabalho se dividiu na obtenção tanto de FITs quanto de FITGs para as geometrias.

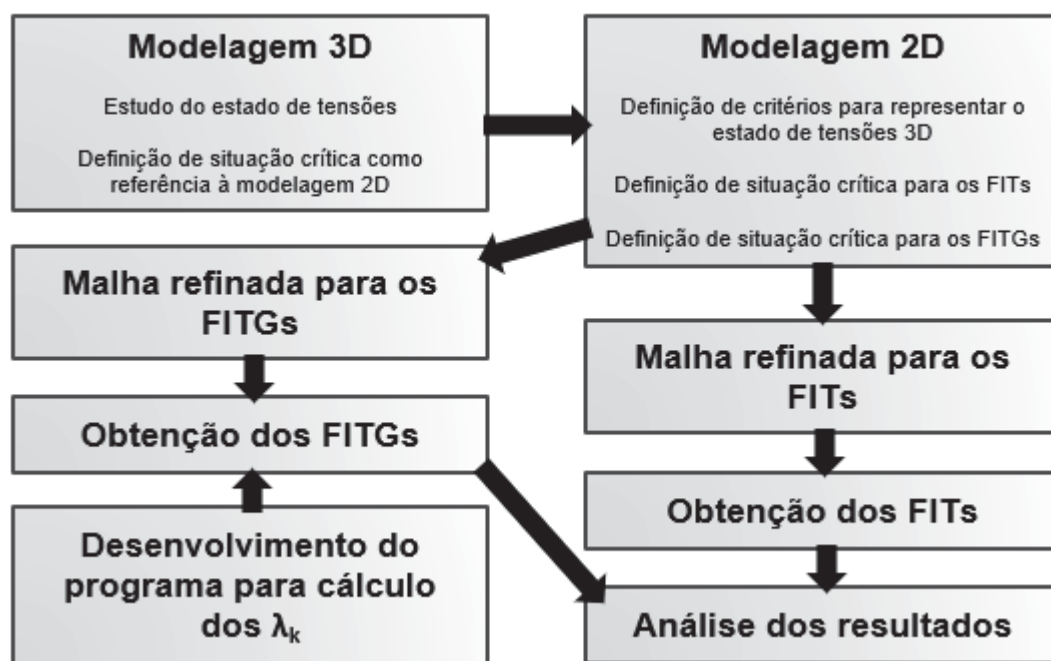
Para os primeiros, estudou-se inicialmente um exercício de calibração do método de extração, que permite especialmente definir as características da malha local para cálculo do parâmetro, o que é feito numericamente através de uma regressão sobre dados extraídos do modelo em elementos finitos.

Já para os FITGs, o cálculo dependeu da implementação de um método analítico para obtenção dos expoentes característicos λ_k das quinas em estudo. Essa implementação é desenvolvida com base em algumas soluções encontradas na literatura e o código é validado com base em resultados disponíveis para problemas semelhantes.

Com os valores de λ_k obtidos analiticamente, os FITGs são extraídos numericamente através de um ajuste de mínimos quadrados, consoante Barroso et al. (2012a). A linguagem computacional empregada para a implementação do cálculo dos expoentes característicos é o Python, versão 2.7.14, enquanto a modelagem em elementos finitos para extração dos FITs e dos FITGs utilizou o *software* comercial Ansys®, versão acadêmica, *release* 19.2 (ANSYS INC, 2018).

Após obtidos os resultados, estes são comparados e analisados, especialmente quanto à sua relevância para o estudo dos casos investigados. As etapas descritas de análise das geometrias de interesse, desde sua modelagem inicial, estão esquematizadas na FIGURA 3.

FIGURA 3 – ETAPAS DE ESTUDO DA MODELAGEM INICIAL À ANÁLISE DOS RESULTADOS



FONTE: O Autor (2019).

Em consonância à sequência descrita das etapas da pesquisa, a presente dissertação está organizada em oito capítulos e dois apêndices ao final do trabalho. Desses capítulos, a “Introdução” apresenta o tema e o objetivo da pesquisa, contextualizando-a e justificando-a, além do método de estudo e da própria estrutura do trabalho aqui descrita.

O capítulo de “Referencial Teórico” apresenta os principais conceitos relacionados aos tópicos estudados, expondo brevemente os critérios de cálculo históricos que pavimentaram o advento da Mecânica da Fratura e, na sequência, tratando mais diretamente da conceituação de parâmetros relacionados às quinas multimateriais.

O capítulo intitulado “Geometrias de Interesse e Estudo dos Materiais” contém, como o nome já denota, um levantamento de diversas geometrias de quinas multimateriais de OAEs, a seleção daquelas a serem estudadas neste trabalho e a caracterização dos materiais que as compõem, mediante a busca na literatura dos parâmetros necessários para sua representação nos modelos em elementos finitos.

O capítulo “Análise Inicial em Elementos Finitos” descreve todas as etapas de modelagem global das geometrias, desde o primeiro modelo 3D até os modelos 2D finais a serem refinados localmente para obtenção dos parâmetros da MFEL. Alguns testes complementares à modelagem descrita nesse capítulo são o objeto do

“Apêndice A”, ao final do trabalho, enquanto a definição da situação crítica de carregamento de cada geometria é detalhada no “Apêndice B”.

O capítulo “Programação para Cálculo dos Expoentes Característicos” apresenta a elaboração do programa em Python para obtenção dos λ_k , descrevendo os critérios adotados durante o desenvolvimento do algoritmo, apresentando alguns testes de validação e, por fim, empregando o programa para calcular os valores para as geometrias de interesse.

O capítulo “Obtenção dos Parâmetros da MFEL” traz considerações sobre os métodos de cálculo dos FITs e dos FITGs para as geometrias, bem como apresenta a descrição do refinamento da malha e os resultados obtidos. Ao final do capítulo, os valores calculados são comparados e analisados.

O capítulo de “Considerações Finais” rememora as principais conclusões realizadas ao longo do trabalho, apresentando também algumas sugestões para trabalhos futuros.

No capítulo final, estão listadas as “Referências” citadas ao longo do trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este trabalho visa a estudar parâmetros da MFEL que, primariamente, foram desenvolvidos para embasar a definição de critérios de falha à fratura. Assim sendo, o presente capítulo inicia com uma apresentação de fundamentos da Mecânica da Fratura, visando a prover contextualização ao problema e, especialmente, apresentar brevemente os critérios de falha à fratura que marcaram a gênese e expansão desse campo de estudo. Na sequência, passa-se à exposição dos conceitos direcionados mais especificamente ao estudo das quinas multimateriais, portanto aplicados mais diretamente nas etapas posteriores desta pesquisa.

2.1 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DA FRATURA

Os muitos acidentes envolvendo falhas em trilhos ferroviários ao final do século XIX, catástrofes com navios durante a Segunda Guerra Mundial e outros acidentes conhecidos de diversas estruturas em aço de alta resistência propiciaram o contexto em que os estudos iniciais sobre fratura tiveram seu advento. A ruptura aparentemente frágil das peças, com pouca deformação plástica envolvida e em níveis de tensão bastante abaixo da resistência esperada, é apontada por Broek (1982) como responsável por induzir o desenvolvimento da Mecânica da Fratura.

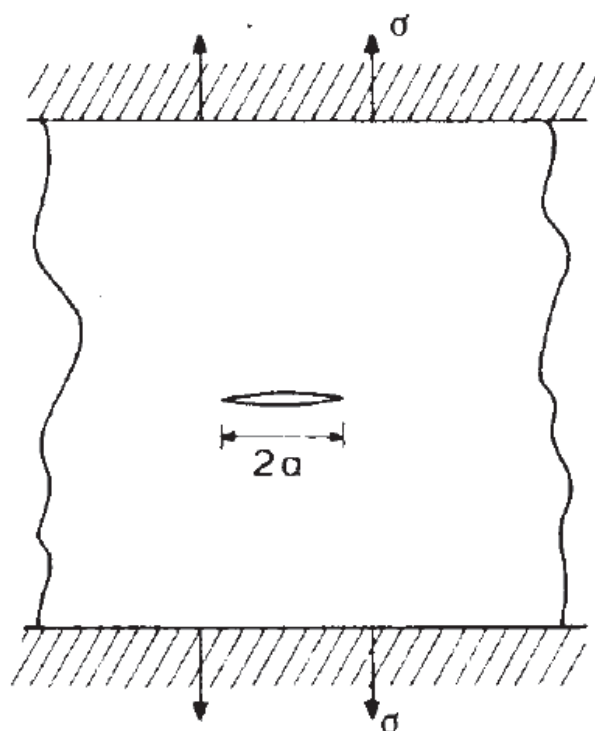
A presença de fissuras em uma peça estrutural pode significar o decréscimo de sua resistência projetada e, associada a variações e repetições de carregamento, pode levar à ruptura sob uma solicitação de intensidade muito inferior à que seria prevista pelos métodos convencionais de dimensionamento. Assim, segundo Broek (1982), a fim de garantir a segurança, é necessário prever a velocidade de avanço dessas fissuras e da redução da resistência residual, sendo tais previsões, bem como o desenvolvimento de métodos para fazê-las possíveis, o objeto da Mecânica da Fratura.

Nesta subseção, são apresentados alguns dos conceitos básicos desse campo de estudo, em especial aqueles que possuem relação com os entendimentos mais específicos a serem empregados nesta pesquisa. Os conceitos aqui expostos estão baseados especialmente na consulta a Broek (1982), Gdoutos (2005), Vicentini (2006) e Meyers e Chawla (2009), além de outros trabalhos apropriadamente citados.

2.1.1 Critério de Griffith

Griffith (1920) foi um dos precursores do estudo da fratura ao analisar o balanço de energia em uma placa infinita de espessura unitária, com uma fissura de comprimento $2a$ idealizada como uma elipse, de acordo com a FIGURA 4.

FIGURA 4 – GEOMETRIA ESTUDADA POR GRIFFITH (1920)



FONTE: BROEK (1982).

Para um material idealmente frágil, a energia dissipada em deformações plásticas é desprezível e, assim, a energia liberada no crescimento da fissura corresponde à empregada no desenvolvimento das duas novas superfícies da fissura. Mediante esse estudo, a tensão de fratura crítica é dada por:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2\delta_s E'}{\pi a_c}} \quad 2.1$$

em que δ_s é a densidade de energia de superfície por unidade de área, a_c é o comprimento crítico da fissura e E' corresponde ao módulo de elasticidade do material (E), se em Estado Plano de Tensão (EPT), ou a $E/(1-\nu^2)$, se em Estado Plano de Deformação (EPD).

A taxa de liberação de energia (G) em relação ao incremento do comprimento da fissura da (ou, como a espessura é constante, em relação ao incremento da área da fissura dA) é definida por:

$$G = \frac{\partial W}{\partial a} - \frac{\partial U_e}{\partial a} = 2\delta_s \quad 2.2$$

em que W representa o trabalho realizado e U_e representa a energia de deformação elástica. Desse modo, para uma condição de deformação constante e para uma de tensão constante, a grandeza é dada, respectivamente, pelas relações 2.3 e 2.4:

$$G = -\frac{\partial U_e}{\partial a} = -\frac{\pi\sigma^2 a}{E'} \quad 2.3$$

$$G = \frac{\partial U_e}{\partial a} = \frac{\pi\sigma^2 a}{E'} \quad 2.4$$

No segundo caso (2.4), a energia empregada no crescimento da fissura é suprida pelo trabalho realizado pelas forças externas e não pela energia de deformação elástica do material. Assim, o termo “taxa de liberação de energia” não seria fisicamente apropriado para essa situação, posto que a energia de deformação elástica do sólido aumenta (GDOUTOS, 2005). Trata-se, não obstante, de uma só grandeza, não sendo usual diferenciá-la quanto à nomenclatura em função de representar uma absorção ou de fato uma liberação de energia.

Assim sendo, pôde-se adotar um critério para o crescimento da fissura segundo o qual a expansão ocorreria quando a taxa de liberação de energia G , observada no problema em análise, excedesse um valor crítico G_c .

Como já citado, a formulação apresentada a esse critério foi desenvolvida mediante a consideração de um material frágil, pelo que Griffith (1920) obteve bons resultados experimentais ao trabalhar com vidro. Para materiais dúcteis, a energia empregada nas deformações plásticas faz com que a energia requerida para a fratura seja de uma ordem de grandeza bastante superior à de superfície. De qualquer modo, o critério de Griffith possui ainda importante aplicação nas análises segundo a Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL).

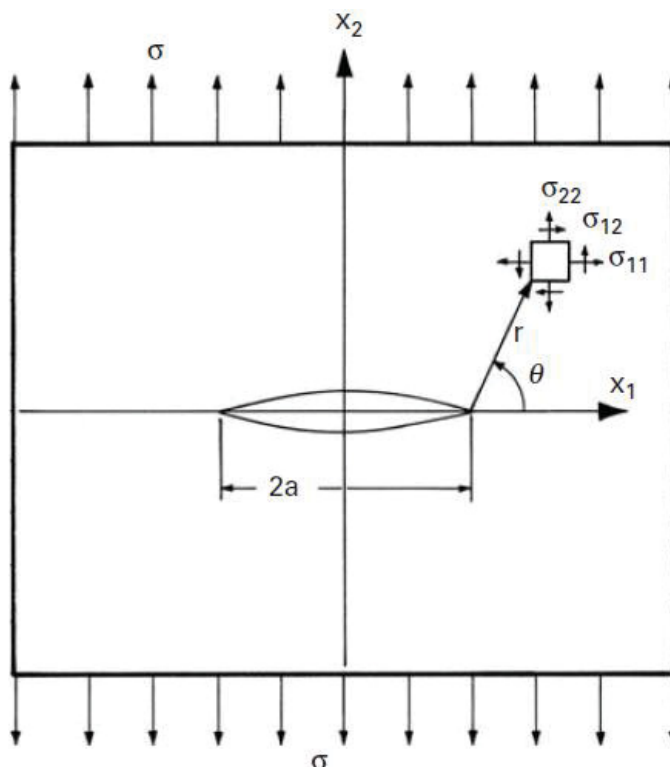
2.1.2 Fatores de Intensidade de Tensão (FITs)

O Fator de Intensidade de Tensão (FIT) é uma grandeza que governa o campo de tensões nas proximidades da ponta da fissura, tendo importante papel na previsão da falha por fratura (GDOUTOS, 2005). Seu desenvolvimento é normalmente creditado a trabalhos de Westergaard, publicado em 1939, e Irwin, publicado em 1957, os quais utilizaram funções de Airy na forma de números complexos para estudar o campo de tensões no entorno de uma fissura.

Para uma região bastante próxima da extremidade da fissura ($r \ll a$), as tensões em um determinado ponto, cuja posição em relação ao extremo da fissura é dada segundo as coordenadas polares r e θ (ver FIGURA 5), podem ser expressas segundo a relação 2.5, em que a constante K é o FIT.

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f(r, \theta) \quad 2.5$$

FIGURA 5 – CAMPO DE TENSÕES EM REFERÊNCIA À PONTA DA FISSURA



FONTE: MEYERS E CHAWLA (2009).

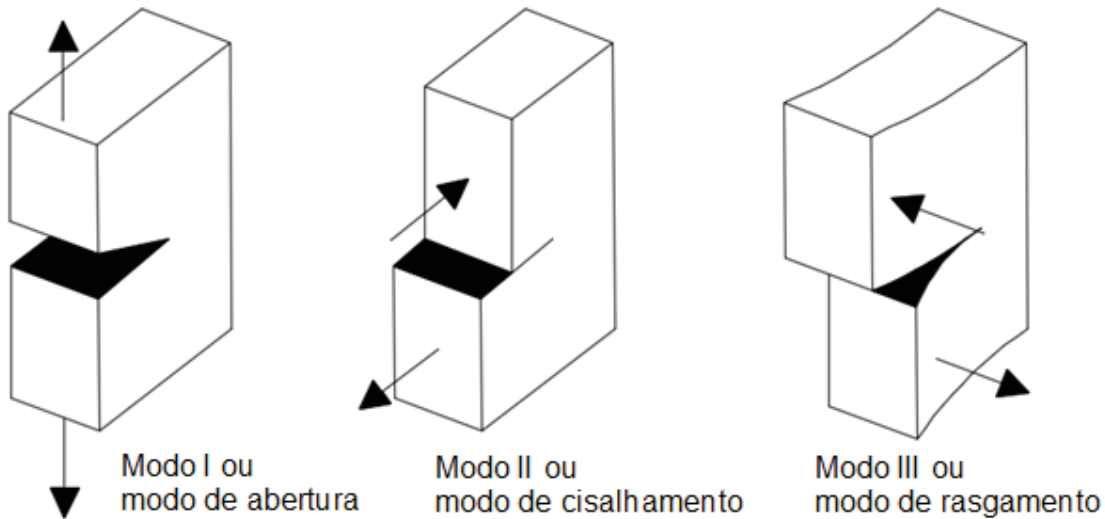
O valor do FIT pode ser obtido da relação:

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad 2.6$$

em que Y é uma constante dada em função da geometria do problema em estudo, dispensável no caso da geometria de Griffith ($Y = 1$).

Uma fissura pode estar submetida a três diferentes modos de deformação, sendo possível decompor o FIT segundo estes. Os valores decompostos são designados K_k , em que o subscrito k indica o modo de deformação com algarismos romanos, consoante apresentado na FIGURA 6.

FIGURA 6 – MODOS DE DEFORMAÇÃO



FONTE: Adaptado de BROEK (1982).

As expressões que fornecem as componentes de tensão para os três modos são dadas pelas expressões 2.7, 2.8 e 2.9.

Para o Modo I:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{bmatrix} \quad 2.7$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$

$$\sigma_{33} = 0 \text{ (EPT) ou } \sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \text{ (EPD)}$$

Para o Modo II:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \left(2 \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \end{bmatrix} \quad 2.8$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$$

$$\sigma_{33} = 0 \text{ (EPT) ou } \sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22}) \text{ (EPD)}$$

Para o Modo III:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad 2.9$$

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_{12} = 0$$

Para um caso de modo de deformação misto, vale o princípio da superposição da elasticidade linear, de modo que (ARANA & GONZÁLEZ, 2002):

$$\sigma_{ij}^{TOTAL} = \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^{II} + \sigma_{ij}^{III} \quad 2.10$$

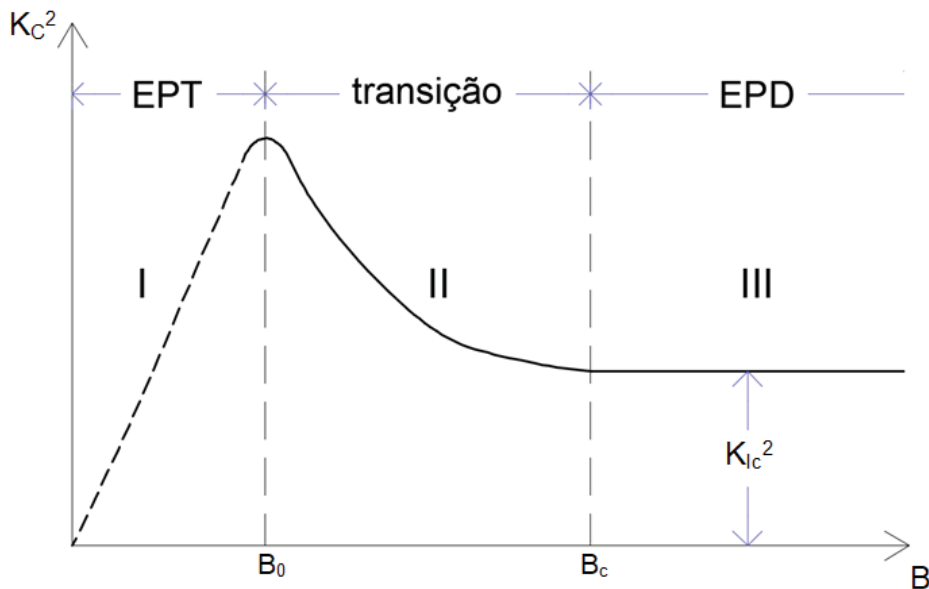
Como uma grandeza que caracteriza a concentração de tensão na ponta da fissura, a obtenção do FIT permite avaliar a propensão de um determinado problema à propagação da fissura e, conseqüentemente, à falha à fratura. O critério de falha, analogamente à análise segundo a taxa de liberação de energia, dá-se na comparação do FIT do problema com um valor crítico K_c .

A popularização do uso do FIT passa pela praticidade de sua obtenção. Seus valores podem ser extraídos por um método analítico, numérico ou experimental. Não obstante, a obtenção analítica está restrita apenas a configurações de geometria relativamente simples, de modo que, para os demais casos, restam os dois últimos métodos (GDOUTOS, 2005).

Já o valor crítico K_c está associado à capacidade de um material em resistir à fratura, de modo que esse parâmetro é designado de tenacidade à fratura do material.

Seu comportamento varia com a espessura (B) do corpo em análise, consoante FIGURA 7.

FIGURA 7 – VARIAÇÃO DA TENACIDADE À FRATURA (AO QUADRADO) SEGUNDO A ESPESSURA



FONTE: Adaptado de GDOUTOS (2005)

Consoante se observa na figura, conforme Gdoutos (2005), K_c^2 varia quase que linearmente até uma espessura B_0 , considerada como o limite de enquadramento do problema no EPT, caracterizando a região I do gráfico. Para essa região, do que se percebe na literatura, há uma incerteza quanto ao real comportamento da tenacidade à fratura, em função de resultados conflitantes de vários estudos experimentais (BROEK, 1982), razão provável pela qual a curva aparece tracejada na figura. A partir de B_0 , nota-se um comportamento de transição (região II do gráfico) e, a partir de uma espessura B_c (região III), o corpo se encontra no EPD e K_c (ou o seu quadrado) praticamente não apresenta variação em seu valor segundo a espessura, sendo denominado K_{lc} . Tem-se, assim, uma propriedade do material que caracteriza sua resistência à fratura independentemente da geometria do problema.

2.2 MECÂNICA DA FRATURA APLICADA ÀS QUINAS MULTIMATERIAIS

Não obstante os fundamentos da Mecânica da Fratura clássica permitam a resolução de diversos problemas envolvendo a propagação de uma fissura existente, eles não contemplam em detalhes a iniciação do defeito. Ainda, para situações em

que o problema em análise não é uma fissura, mas outro tipo de singularidade, outras abordagens são necessárias.

Apresentam-se, aqui, conceitos relacionados às singularidades em quinas de chapas, importantes para o desenvolvimento deste trabalho, e sua correspondência no caso de problemas multimateriais. Discorre-se inicialmente sobre os FITGs e apresenta-se, na sequência, uma breve abordagem da Mecânica da Fratura Finita (MFF).

2.2.1 Fatores de Intensidade de Tensão Generalizados (FITGs)

Um estudo bastante importante à compreensão das singularidades em quinas é o trabalho de Williams (1952), em que cantos angulares de placas foram analisados para ângulos sólidos de abertura α que variam de 0 a 360°, para diferentes condições de contorno. Empregando funções de Airy para resolver o problema, de modo que o campo de deslocamentos próximos ao canto angular pudesse ser expresso em termos de uma função biarmônica χ e uma função harmônica ψ_1 , relacionadas pela expressão:

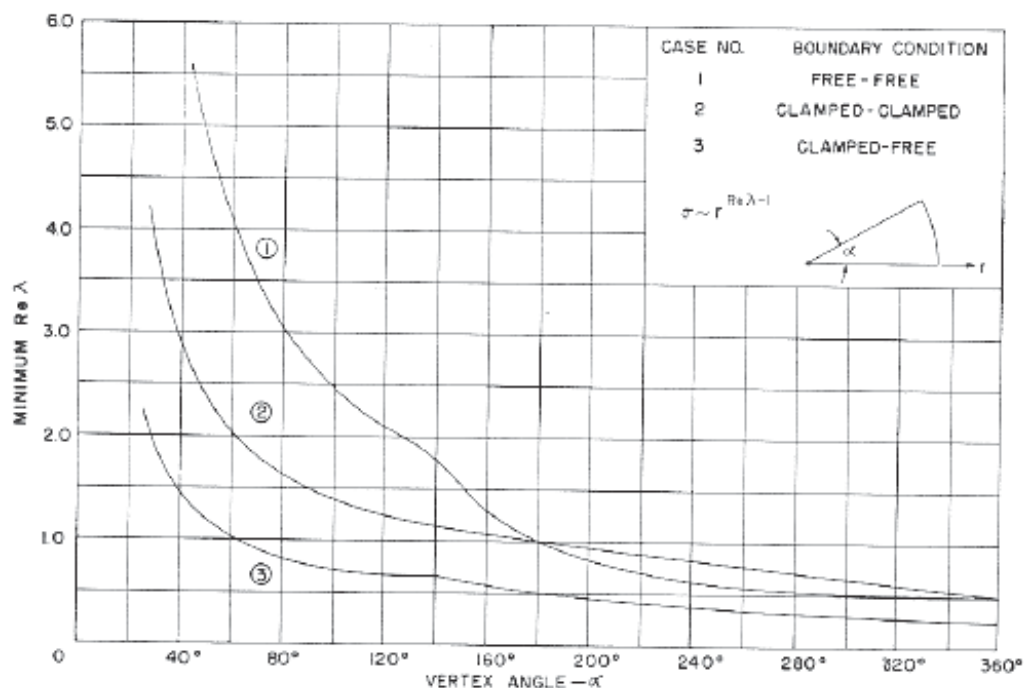
$$\nabla^2 \chi = \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} \right), \quad 2.11$$

obteve-se que a singularidade de tensões poderia ser expressa, de forma genérica, por:

$$\sigma = r^{\lambda-1} f(\lambda, \theta) \quad 2.12$$

em que r e θ são as coordenadas polares de um dado ponto em que se calcula a tensão.

A solução do problema estaria, portanto, na obtenção do expoente característico λ que satisfizesse o sistema das equações para as tensões e os deslocamentos locais, calculados a partir das funções χ e ψ_1 . Obtidos os autovalores λ , as funções características — genericamente, $f(\lambda, \theta)$ — são obtidas da realimentação do sistema de equações com os autovetores correspondentes. Williams calculou e apresentou valores de λ (buscando apenas o menor $\lambda > 0$) conforme FIGURA 8.

FIGURA 8 – GRÁFICO DE WILLIAMS PARA OS RESULTADOS DE λ 

FONTE: WILLIAMS (1952)

Williams ainda notou que todos os ângulos α entre 180° e 360° poderiam gerar singularidades (uma vez que produziam $0 < \lambda < 1$) e sugeriu a aplicação de seu estudo, com essas aberturas e em uma condição de contorno livre para as duas arestas da quina, para determinar a variação de tensões a partir de um entalhe em V. Ele próprio apresentou trabalho posterior (1957) segundo o qual aplicou seu estudo para $\alpha = 360^\circ$, ou seja, recaindo no problema de uma fissura. Ele notou a equivalência de suas observações à solução de Westergaard (1939, apud Williams, 1957), que embasa o FIT apresentado por Irwin naquele mesmo ano de 1957.

Não obstante, apenas décadas após é que Vasilopoulos (1988) estabeleceria uma relação entre as soluções de Williams para entalhes e a formulação da Mecânica da Fratura clássica. Enquanto Williams apresentou apenas os menores valores positivos de λ (conforme FIGURA 8), Vasilopoulos investigou todas as raízes possíveis do problema.

Ao desenvolver o sistema de equações de Williams (1952) para uma condição de contorno com as duas arestas livres e ângulo do material de 360° (ou seja, o caso da fissura), Vasilopoulos demonstrou que a resolução desacoplava em dois sistemas menores e independentes. Ambos forneciam o mesmo autovalor ($\lambda = 0,5$), mas autovetores distintos, um conduzindo a soluções simétricas em relação ao eixo x e, o

outro, a soluções antissimétricas. Ou seja, reproduzindo os modos I e II da MFEL clássica, conforme a expressão:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) \quad 2.13$$

Aqui, a constante $\sqrt{2\pi}$ no denominador é apresentada explicitamente por ser historicamente empregada na MFEL clássica de Irwin, mas poderia estar implícita nas constantes K_I e K_{II} .

Para outros ângulos de abertura, o problema de entalhe, resolvido conforme Williams (1952) por Vasilopoulos (1988), apresenta múltiplos valores λ_k , cada qual produzindo um autovetor correspondente. Desse modo, a solução do campo de tensões próximas à ponta do entalhe poderia ser generalizada na forma:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{K_k}{r^{1-\lambda_k}} f_{ij}^k(\theta) \quad 2.14$$

Analogamente, o campo de deslocamentos pode ser expresso por:

$$u_i = \sum_{k=1}^n K_k r^{\lambda_k} g_i^k(\theta) \quad 2.15$$

em que as constantes K_k , com $k \geq 2$, foram denominadas por Vasilopoulos de Fatores de Intensidade de Tensão Generalizados (FITGs, como já definido) ou de FITs de ordem superior, em contraposição às formulações que utilizavam apenas o expoente característico de primeira ordem (ou seja, o menor λ positivo). Importante citar aqui, contudo, que a designação de K_k como FITG é por vezes observada na literatura mesmo quando utilizada apenas uma parcela da série (ver, por exemplo, Yosibash, Bussiba e Gilad, 2004), considerando no parâmetro uma generalização do FIT para problemas com λ diferente de 0,5.

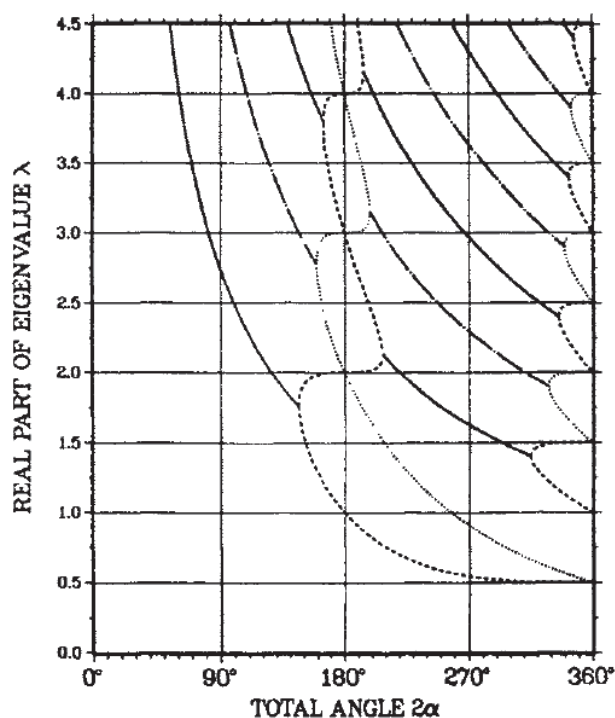
Em consonância à nomenclatura da MFEL clássica, cada parcela das somas finitas em 2.14 e 2.15 corresponde a um “modo” de deformação do problema. Observe-se, contudo, que, diferentemente do problema da fissura que produz valores

de λ_k iguais para mais de um modo, os autovalores diversos entre si em outros problemas implica menor participação de um modo no campo de tensões quanto maior é o λ_k da parcela.

Quando os valores de λ_k se tornam maiores de 1,0, deixam de produzir tensões singulares quando a coordenada radial r tende a zero. Mesmo entre dois autovalores positivos menores do que 1,0, o menor dentre eles tende a ser mais dominante no campo de tensões quanto maior a diferença entre eles. Desse modo, parcelas pouco importantes dos somatórios de 2.14 e 2.15 podem ser usualmente desprezadas em problemas de engenharia, da mesma maneira como se costuma truncar somas de séries de funções. Por essa mesma razão, muitos estudos que consideram apenas o expoente característico de primeira ordem de um problema continuam a ter considerável aplicabilidade.

Para se trabalhar com vários λ_k , porém, ainda haveria uma dificuldade matemática. Para poder calcular com segurança todas as raízes λ_k da equação característica de um problema, seria necessário prever quantas raízes o problema teria e, em função das características dos métodos numéricos disponíveis para resolução da equação, seria importante definir em que intervalos essas raízes estariam localizadas e qual sua natureza (isto é, se reais ou imaginárias).

Esta foi justamente a contribuição principal de Vasilopoulos, que, através de desenvolvimento matemático que não será aqui detalhado, estudou a ocorrência das raízes para as equações características de Williams (1952). Vasilopoulos apresentou diversos resultados com grande número de casas decimais (bastante úteis para validação de outras formulações), bem como apresentou gráficos demonstrando o comportamento das raízes λ_k , como o reproduzido na FIGURA 9.

FIGURA 9 – GRÁFICO DE VASILOPOULOS PARA λ , EM CONDIÇÃO LIVRE-LIVRE

FONTE: VASILOPOULOS (1988)

Observe-se que os pontos da curva inferior do gráfico da FIGURA 9 correspondem à curva 1 na FIGURA 8. Ainda, as linhas sólidas representam raízes imaginárias em modo I, as linhas tracejadas representam raízes reais em modo I, as linhas em “traço-ponto” representam raízes imaginárias em modo II, e as linhas pontilhadas representam raízes reais em modo II.

2.2.2 FITGs em quinas multimateriais

Mais do que aplicável a entalhes, a formulação dos FITGs admite qualquer problema para o qual seja possível calcular expoentes característicos λ_k e suas correspondentes funções características. Desta forma, a formulação de Vasilopoulos (1988) pode empregar um grande número de trabalhos publicados, inclusive anteriormente, que investigam a ordem de singularidade δ de um dado problema, sendo esta definida como $\delta = 1 - \lambda$, em que λ é o expoente característico de primeira ordem.

Para quinas multimateriais, foram vários os autores que buscaram estudar suas condições de singularidade, em análises generalistas ou de casos específicos, sendo possível ler uma lista de mais de uma dezena desses estudos em Dempsey e

Sinclair (1979). Nem todos os autores utilizaram o mesmo método de Williams (1952) para obter os expoentes característicos, mas seguiram diferentes abordagens.

Dempsey e Sinclair (1979) destacam três classes de métodos empregados: a que utiliza funções de Airy e separação de variáveis, como em Williams (1952); a que utiliza um procedimento similar, porém empregando potências complexas, como em Williams (1954, apud Dempsey e Sinclair, 1979); e a que emprega a chamada “transformada de Mellin”, como em Bogy e Wang (1971). Ainda segundo Dempsey e Sinclair (1979), a primeira técnica se destaca por sua simplicidade, a segunda por permitir uma notação compacta e a terceira por propiciar condições a uma singularidade logarítmica de tensões.

Considerando que a presente pesquisa inclui o desenvolvimento de um programa em linguagem Python para obtenção dos expoentes característicos de uma quina multimaterial, destacam-se, desde já, alguns desses trabalhos. São eles o já citado estudo de Dempsey e Sinclair (1979), que conseguiram generalizar a solução de Williams (1952) para quinas de N materiais sob diferentes condições de contorno; o trabalho de Dempsey e Sinclair (1981), que particularizou sua solução anterior para quinas bimateriais; e o trabalho de Pageau, Joseph e Biggers (1994), que, seguindo formulação em potências complexas de Theocaris (1974), apresentou uma solução particularizada para quinas trimateriais. Ao passo que a exposição desses estudos é importante no entendimento do programa desenvolvido nesta pesquisa, esses trabalhos serão mais bem detalhados no capítulo 5, que trata especificamente da elaboração do programa.

Cita-se também o trabalho de Barroso (2007), que desenvolveu um programa bastante completo para obtenção não só dos expoentes característicos, como das funções características e dos próprios FITGs de quinas multimateriais. Utilizando desse programa, Vicentini (2012) obteve os FITGs para um problema prático de engenharia (uma junta adesiva, com aplicações para a indústria aeronáutica) e os empregou no estudo de um critério de falha. Outros exemplos de trabalhos que defendem e/ou diretamente empregam os FITGs para definição de um critério de falha podem ser lidos em Seweryn (1994), Dunn et al. (2001), Yosibash, Bussiba e Gilad (2004) e Adams (2015).

Barroso (2007) faz uma revisão de métodos empregados para cálculo dos FITGs mediante simulações em elementos finitos ou elementos do contorno, e os classifica em técnicas locais, que empregam uma discretização bastante densa ao

redor do ponto de singularidade, e globais, que utilizam variáveis do campo elástico mais longe da singularidade, normalmente a partir da avaliação de integrais conservativas. Em uma segunda classificação, estariam as técnicas que realizam um pós-processamento dos dados da simulação, e as que obtêm os FITGs mais diretamente, mediante incorporação de funções singulares na própria discretização. Essa classificação está resumida no QUADRO 1.

QUADRO 1 – CLASSIFICAÇÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO DOS FITGs

	Técnicas locais	Técnicas globais
Pós-processamento dos resultados numéricos	Baseadas em ajustes como, por exemplo, o de mínimos quadrados.	Baseadas comumente na avaliação de integrais conservativas.
Incorporação de funções singulares na discretização	Emprego de elementos $\frac{1}{4}$ e outros elementos singulares.	Funções em todo o domínio.

FONTE: Adaptado de BARROSO (2007)

Note-se que esses métodos, aplicáveis aos FITGs, aplicam-se também aos FITs no estudo de fissura. Seguindo a opção de Barroso (2007), este trabalho empregará uma técnica local com pós-processamento dos dados da simulação.

2.2.3 Mecânica da Fratura Finita (MFF)

Em uma abordagem diferente da dos FITGs, singularidades em quinas multimateriais também podem ser estudadas através de um enfoque segundo a Mecânica da Fratura Finita (MFF). Esta se iniciou a partir da busca por uma forma de prever a iniciação da fissura, o que não é possível pela Mecânica da Fratura clássica, que se concentra em prever a propagação de uma fissura pré-existente (WEIßGRAEBER; LEGUILLON; BECKER, 2016).

Foi Hashin (1996) que, ao estudar materiais compósitos, propôs uma abordagem considerando a formação instantânea de fissuras de comprimento finito, entendendo que, para os materiais em análise, não seria importante conhecer a história de formação da fissura em sua dimensão inicial. Assim, pôde trabalhar a formulação do problema com um comprimento finito ao invés de um comprimento diferencial como classicamente empregado.

Leguillon (2002) utilizou esse conceito para desenvolver um critério conjugado de análise, propondo, a partir do estudo de entalhes, um FIT crítico K_c que dependeria tanto da taxa de liberação de energia crítica G_c quanto da tensão de ruptura do material σ_c . Assim, de acordo com o autor, para um entalhe em um material homogêneo isotrópico com carregamento simétrico, o FIT crítico seria dado por:

$$K_c = \left(\frac{G_c}{f(\omega)} \right)^{1-\lambda} \sigma_c^{2\lambda-1} \quad 2.16$$

em que ω é o ângulo de abertura do entalhe. Para o caso de uma fissura ($\omega = 0^\circ$), o expoente característico λ é igual a 0,5, de modo que a tensão de ruptura deixa de ter efeito no valor de K . Este passa a ser determinado por um critério puramente energético e coerente com a equação 2.11. Da mesma forma, para um corpo sem entalhes nem fissuras (ou seja, para $\omega = 180^\circ$ e $\lambda = 1$), o problema se reduz à análise puramente tensional.

Desde então, o critério conjugado de Leguillon tem sido aplicado por diversos pesquisadores para diferentes problemas envolvendo concentrações de tensões, inclusive para a análise de quinas multimateriais. Para um exemplo de aplicação em juntas adesivas, pode-se consultar Müller et al. (2006). Para um exemplo de estudo de fissura se propagando em direção à interface de dois materiais, pode-se observar Martin e Leguillon (2004). Para um panorama das várias aplicações da MFF já estudadas por diferentes pesquisadores, pode-se consultar Weißgraeber, Leguillon e Becker (2016).

Dessa forma, embora a MFF não seja diretamente empregada neste trabalho, está brevemente apresentada aqui como uma alternativa à análise do problema, inclusive como sugestão de abordagem para trabalhos futuros.

3 GEOMETRIAS DE INTERESSE E ESTUDO DOS MATERIAIS

O presente capítulo apresenta um levantamento das geometrias passíveis de serem analisadas segundo os critérios de estudo aqui empregados e, na sequência, define quais dentre as quinas multimateriais levantadas foram selecionadas para obtenção dos FITGs. Após essa seleção, são estudadas as características dos materiais que compõem as geometrias, visando sua modelagem segundo o MEF.

3.1 SELEÇÃO DAS GEOMETRIAS DE INTERESSE

Das interações multimateriais em pontes, este trabalho visa a estudar aquelas que estão diretamente sujeitas à ação do tráfego, ou seja, os elementos que conectam porções sucessivas da ponte no sentido de trânsito dos veículos. Tais elementos são os dispositivos da sua região de transição (do aterro de acesso para a OAE) e as juntas entre as lajes do tabuleiro.

3.1.1 Geometrias da Transição Pavimento-Ponte

A região de transição entre as pontes e o pavimento apoiado diretamente sobre o solo compactado representa local de necessidade de especial cuidado quando de sua execução, em função das várias manifestações patológicas que nela podem vir a ocorrer.

Considerando o tráfego no sentido pavimento-ponte, um dos problemas mais comuns nessa transição é o afundamento do pavimento antes da OAE, gerando um desnível, ou ressalto, que produz impacto ao motorista que encontra o defeito, podendo, em associação a altas velocidades, imperícia do condutor ou outras manifestações patológicas, levar à perda de controle sobre o veículo e assim provocar acidentes.

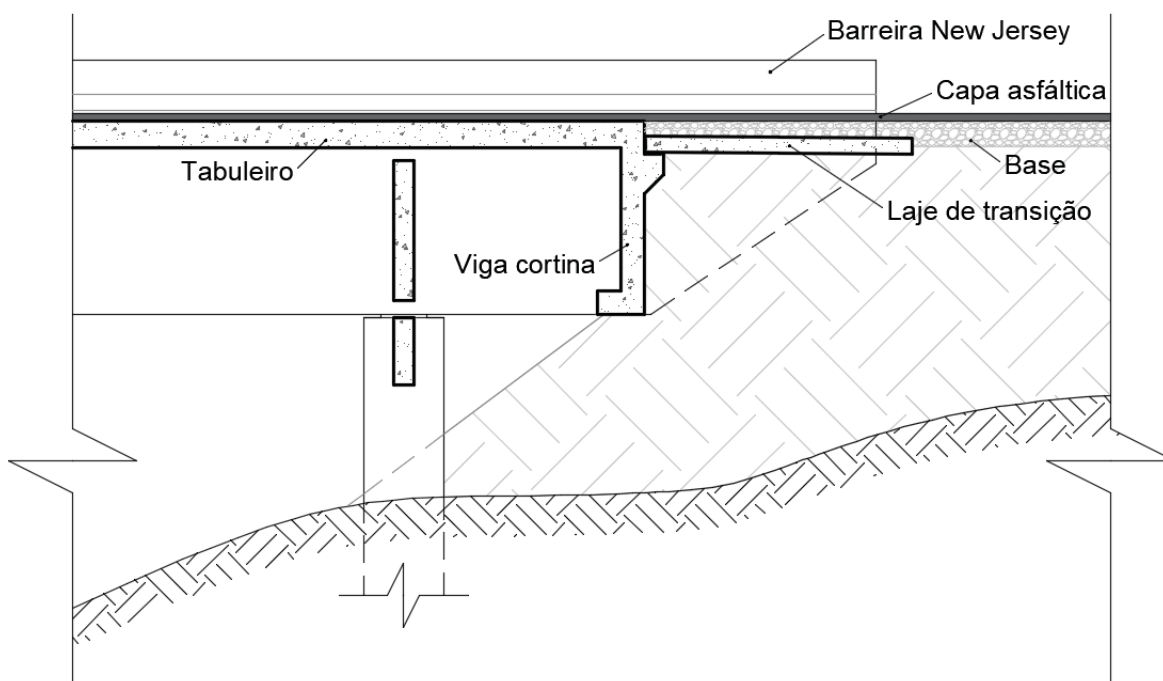
Esse defeito pode decorrer de problemas relacionados aos aterros de acesso, definidos por DNER (1995, p. 193), em seu Manual de Construção de Obras de Arte Especiais (normativo não reeditado com data mais recente), como “pequenos trechos de rodovia, ordem de grandeza de cinquenta metros, imediatamente adjacentes às extremidades das obras”. Segundo aquele manual, a estabilidade desses subsegmentos depende “da capacidade suporte dos terrenos sobre os quais são

colocados, da qualidade do material escolhido, da execução, da compactação e de sua proteção”.

As pontes normalmente possuem suas extremidades com segmentos em balanço ou em encontros (estrutura terminando na própria contenção do aterro). Embora o manual citado do DNER recomende que as OAEs terminem em encontros ou que os aterros de acesso sejam executados antes da estrutura da ponte (de modo a permitir sua adequada compactação), o próprio normativo admite que pontes com extremidades em balanço, com execução anterior a dos aterros, são muito frequentes no Brasil por razões econômicas.

O manual também é taxativo ao afirmar que pontes terminando em segmentos em balanço não oferecem uma boa transição, afirmando que, para que esta seja melhorada, é necessária a utilização de lajes de transição. Estas são definidas como placas em concreto armado que se apoiam, em um lado, na estrutura da ponte e, em outro, no próprio aterro compactado. A FIGURA 10 demonstra uma configuração usual de emprego de laje de transição em uma ponte com extremidade em balanço.

FIGURA 10 – EXEMPLO DE CONFIGURAÇÃO DE EMPREGO DE LAJE DE TRANSIÇÃO EM UMA PONTE COM EXTREMIDADE EM BALANÇO (CROQUI SEM ESCALA)



FONTE: O autor (2017).

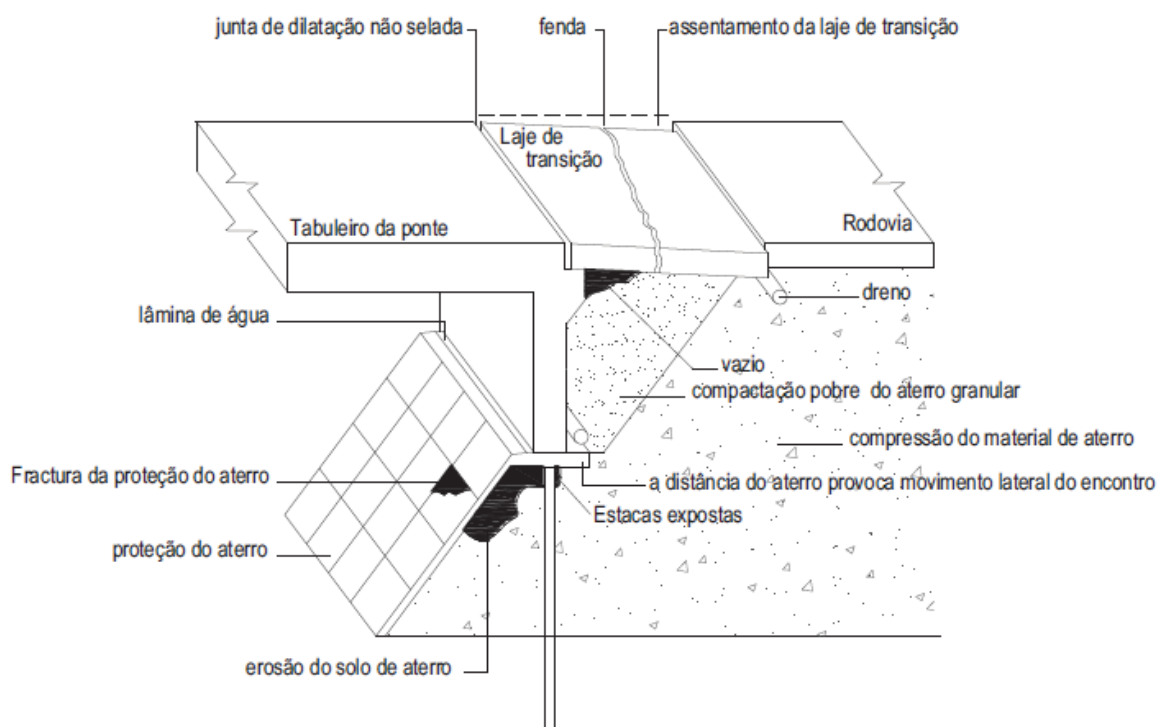
Segundo observado por Silva (2011), as lajes de transição seriam o mais importante componente da OAE para reduzir o desnível ou ressalto, com mais

importância do que a utilização de materiais de enchimento de alta qualidade ou do que uma compactação bem executada do aterro.

Outro normativo do DNER, o Manual de Projeto de Obras de Artes Especiais (1996, p. 42), posterior ao manual de construção (mas também ainda não reeditado), especificaria, às lajes de transição, “espessura não menor que 25 cm e de comprimento igual a quatro metros, ligadas à estrutura ou ao encontro por meio de articulações de concreto, sem armadura passante, e apoiadas no aterro de acesso”. Esse Manual fornece orientações ao dimensionamento da peça, permitindo que, em não sendo possível aplicar teoria exata de placas apoiadas em meio elástico, seja adotado procedimento simplificado de cálculo segundo as orientações nele contidas.

Fato é, porém, que, não obstante as recomendações dos normativos citados do DNER, muitas das pontes brasileiras não possuem lajes de transição devido à sua antiguidade ou mesmo por opção do projetista, que não as julgou necessárias. Mais do que isso, tais dispositivos, embora minimizem, nem sempre impedem completamente a formação de ressalto. Outras manifestações patológicas podem estar associadas, das quais algumas são ilustradas na FIGURA 11.

FIGURA 11 – PROBLEMAS FREQUENTES NAS PROXIMIDADES DE OAES



FONTE: SILVA (2011).

Assim sendo, a transição de OAEs para o pavimento sobre os aterros de acesso permanece uma região com importante potencial de ocorrência de problemas, demandando estudos a fim de aprimorar suas condições de execução e assim atingir melhores resultados quanto à segurança e ao conforto proporcionados aos usuários da via.

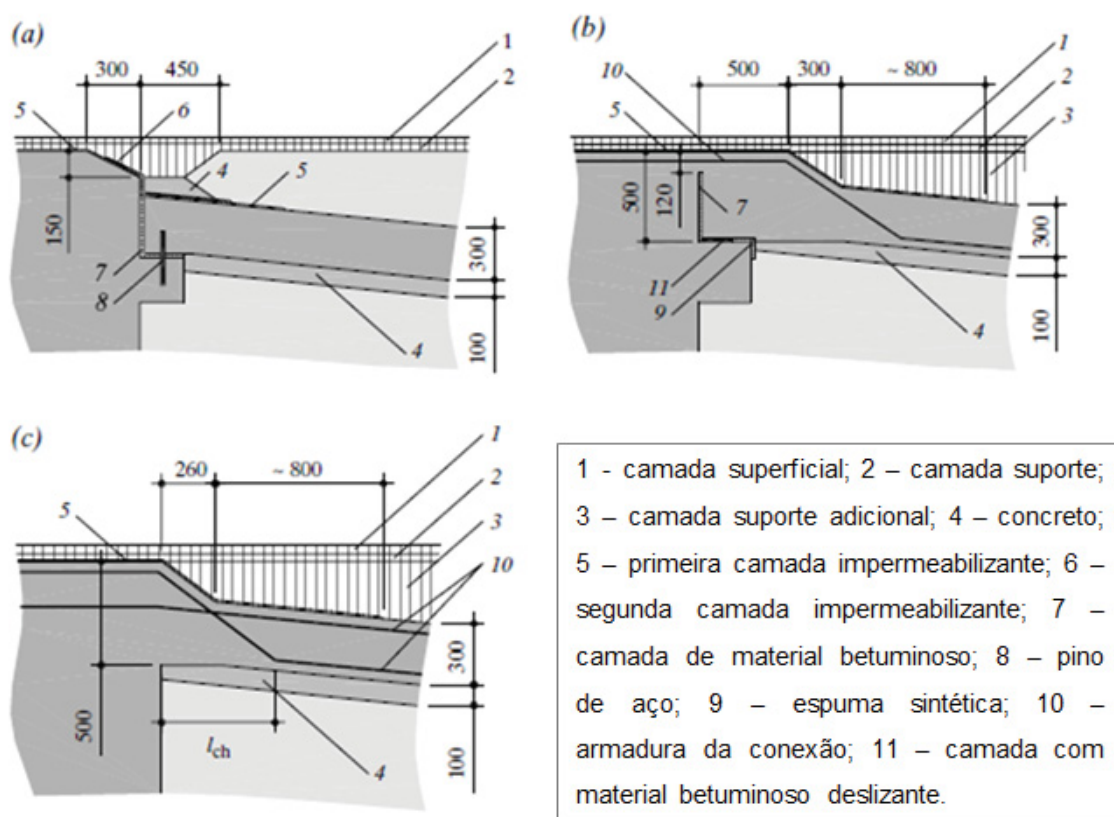
Dreier, Burdet e Muttoni (2011) estudaram a utilização de lajes de transição em pontes de encontros integrais, uma vez que, para esse tipo de estrutura e na configuração usualmente empregada, as placas, segundo os autores, ficam sujeitas a grandes deslocamentos do tabuleiro da ponte. Esses deslocamentos tendem a provocar um rebaixamento do pavimento após o término da laje de transição.

Os autores utilizaram um *software* de elementos finitos para as simulações das interações solo – estrutura nas proximidades de encontros integrais e compararam os resultados com valores experimentais. As principais variáveis utilizadas para definir a geometria da laje foram seu comprimento, sua declividade, sua espessura e sua profundidade na conexão com o tabuleiro. O sistema foi composto de três materiais: um tipo granular, do aterro; o concreto armado, das peças estruturais; e o revestimento asfáltico.

Seu trabalho também desenvolveu um estudo paramétrico para investigar a influência da geometria das lajes de transição e do material utilizado no aterro, em face do deslocamento imposto advindo do tabuleiro. Como resultado, os autores destacaram um constatado benefício em se aumentar a profundidade enterrada do extremo da laje de transição, o que pode ser feito aumentando a declividade da placa ou mantendo sua declividade e aumentando seu comprimento. Os autores fizeram, porém, ressalvas sobre a não consideração de diversos fatores no estudo e sobre a inexistência de testes de laboratório ou medições *in situ* que atestem o obtido com o estudo paramétrico.

Os autores ainda propuseram novo detalhamento de conexão das lajes de transição com a estrutura da OAE, de modo a combater a formação de fissuras no local. A proposição corresponde ao desenho (c) da FIGURA 12. O desenho (a) seria o detalhe para encontros com juntas segundo o “*Graubünden/CH Department of Civil Engineering*”, enquanto o desenho (b) corresponderia ao normalmente recomendado na Suíça para pontes de encontros integrais. A proposição (c), segundo os autores, seria de mais fácil execução que (b) e teria bons resultados no sentido de evitar a formação de fissuras e sua reflexão para a superfície do pavimento.

FIGURA 12 – DETALHES DE CONEXÃO, COM UNIDADES EM MM



FONTE: DREIER; BURDET e MUTTONI (2011).

Silva, Karam e Rodrigues (2000) apresentaram uma análise dinâmica do tabuleiro de pontes rodoviárias com lajes de transição, cujo trabalho é resumido a seguir. Sua pesquisa consistiu em um estudo paramétrico, considerando um modelo veículo-estrutura em que o tabuleiro foi representado como uma viga em elementos finitos. O trem-tipo foi formado por uma sequência infinita de veículos de 450 kN espaçados de 5,0 m e a uma velocidade constante.

A estrutura ensaiada consistiu de uma viga biapoiada (representando o tabuleiro) com vão central de 30,0 m e balanços nas extremidades de 7,5 m. Para a análise do efeito das lajes de transição, considerou-se uma viga contínua, em que a extensão da placa é representada apoiada em uma rótula, junto ao fim dos balanços, e em um apoio simples, na extremidade mais distante. A extensão das lajes de transição foi variada entre 2,5, 5,0 e 7,5 m, sendo calculadas as frequências de vibração para cada caso.

Realizando-se as simulações, os deslocamentos do tabuleiro e as tensões foram registrados. Para a análise da influência das lajes de transição, obtiveram-se

valores para três seções da estrutura, bem como os Fatores Máximos de Amplificação obtidos.

Foi observado que as respostas calculadas, na situação de uso das placas, podem levar a fatores de amplificação com majoração em relação aos valores estáticos, considerando as vigas simplesmente apoiadas, pelo fato de se ter utilizado a passagem de um trem-tipo infinito de veículos em sequência. De qualquer modo, os autores concluíram que os fatores de amplificação máximos, com o uso das lajes de transição, podem ser eventualmente reduzidos em até 50% em relação àqueles obtidos para tabuleiros de pontes com balanços nas extremidades.

Dentre suas considerações finais, os autores ainda pontuaram que, para outros casos de interações dinâmicas ponte-veículo, como entre as rodas do veículo com um pavimento de superfície irregular, as amplificações podem ser muito maiores que aquelas simplesmente devido às cargas móveis.

3.1.2 Juntas de Dilatação em OAEs

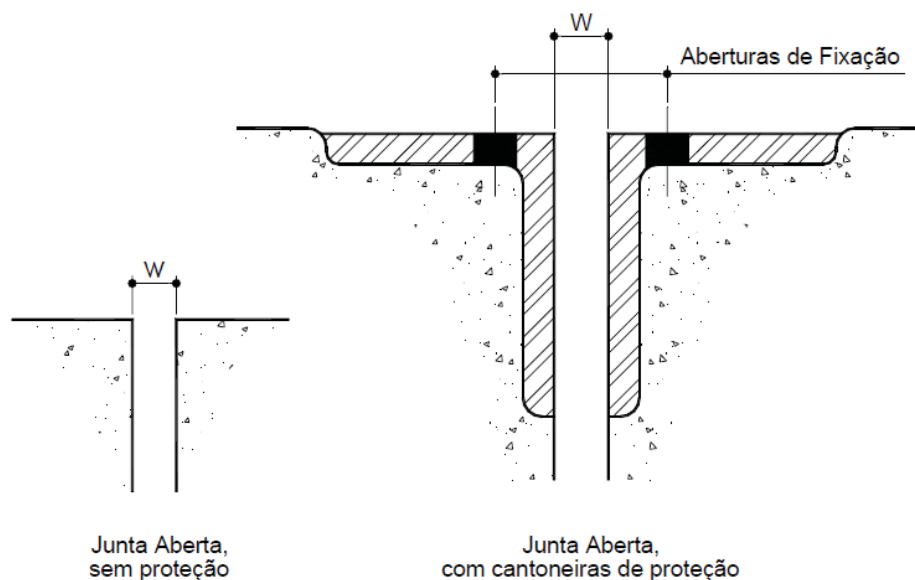
Uma junta de dilatação é, segundo DNIT (2006a, p. 2), “uma separação física entre duas partes de uma estrutura, para que estas partes possam se movimentar sem transmissão de esforço entre elas”. Sua utilização é desencorajada pelo Manual de Projeto de Obras de Arte Especiais do DNER (1996), o qual recomenda restringi-las a um mínimo necessário, considerando que tais dispositivos possuem vida útil limitada e são de difícil substituição.

Dentre outros inconvenientes relacionados às juntas de dilatação, o manual cita a criação de cantos vivos suscetíveis a danos, a interrupção na pavimentação, a necessidade de manutenção especial e a possibilidade de infiltração de águas pluviais contaminadas. Ainda de acordo com o manual, as juntas de dilatação são classificadas em dois tipos: de vedação e estruturais. As primeiras são caracterizadas como juntas elásticas expansíveis de baixa resistência mecânica, de utilização recomendada apenas para movimentações de até 3,0 cm. As segundas se diferenciam pela maior resistência mecânica, sendo capazes não apenas de permitir grandes movimentações como também de suportar o tráfego direto de veículos sobre si.

Outro normativo nacional, o Manual de Inspeção de Pontes Rodoviárias do DNIT (2004b), classifica as juntas em abertas ou fechadas, sendo que as primeiras

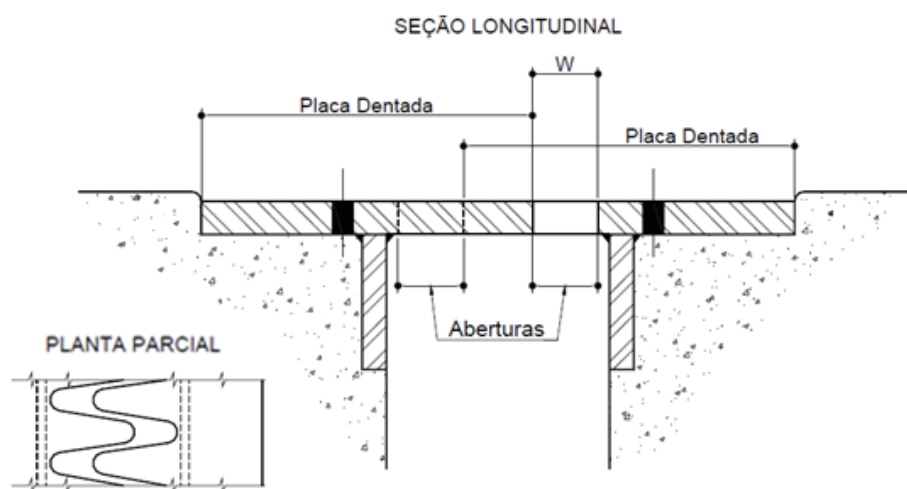
não são apontadas como uma boa solução, devido à permissão de passagem de fluidos e detritos. O Manual afirma serem dois os tipos de juntas abertas: as definidas por fôrmas (FIGURA 13) e as com chapas dentadas (FIGURA 14).

FIGURA 13 – JUNTA DEFINIDA POR FÔRMAS



FONTE: DNIT (2004b).

FIGURA 14 – JUNTA EM CHAPAS DENTADAS

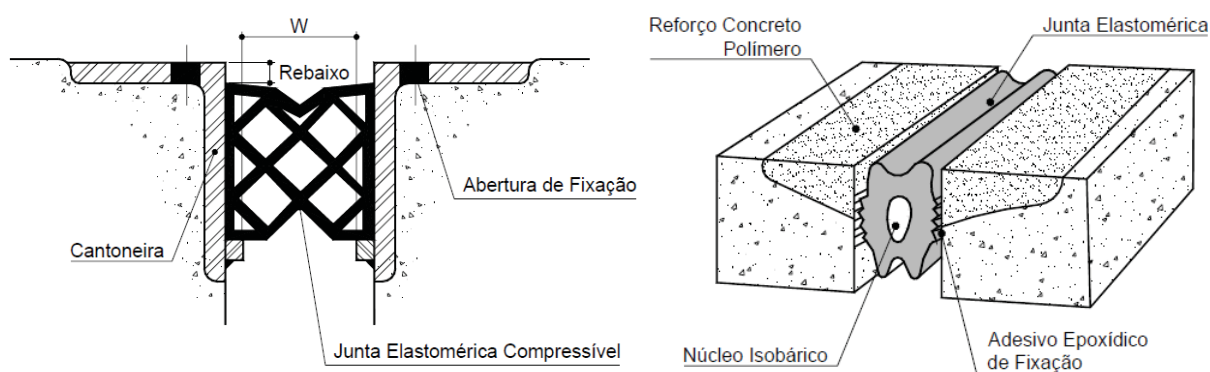


FONTE: DNIT (2004b).

Juntas definidas por fôrmas são aberturas simples, protegidas ou não, entre as lajes do tabuleiro da ponte ou entre esta e a laje de transição, toleráveis apenas quando de movimentações bastante pequenas. Já as juntas com chapas dentadas, ou “*finger plate joints*”, são formadas por duas chapas metálicas com encaixes macho e fêmea, podendo contar com suporte auxiliar e, assim, atender a grandes movimentações das aberturas.

As juntas fechadas, ainda segundo o Manual do DNIT (2004b), existem em grande número, mas podem ser agrupadas em alguns tipos, dos quais os principais são apresentados pelo normativo. O primeiro tipo citado é a junta elastomérica por compressão, formada por um bloco retangular de neoprene com aberturas alveolares e cuja abertura máxima tolerada pelo normativo é de 5,0 cm. A junta tipo JEENE (Junta Elástica Expansível Nucleada Estrutural) é uma forma especial da primeira junta, sendo constituída basicamente de uma câmara elástica, adesivo epoxídico e um núcleo pressurizado. A FIGURA 15 ilustra esses dois tipos de junta.

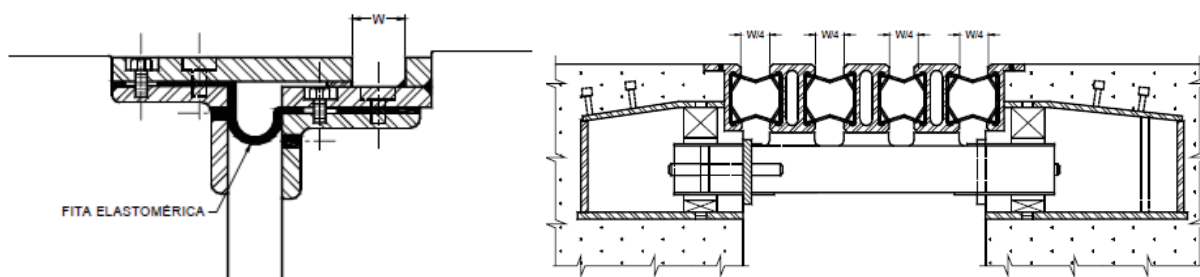
FIGURA 15 – JUNTA ELASTOMÉRICA DE COMPRESSÃO (À ESQUERDA) E JUNTA TIPO “JEENE” (À DIREITA)



FONTE: DNIT (2004b).

As juntas em placas de aço deslizantes são constituídas de duas placas superpostas, sendo apontadas como passíveis de acomodar uma movimentação de até 10,0 cm. Já a junta modular elastomérica apresentada pelo Manual, constituída de um sistema estrutural próprio que suporta blocos vazados de neoprene ligados por peças de aço, é apontada como passível de movimentação da ordem de 10,0 a 60,0 cm. Esses dois tipos de juntas estão representados na FIGURA 16.

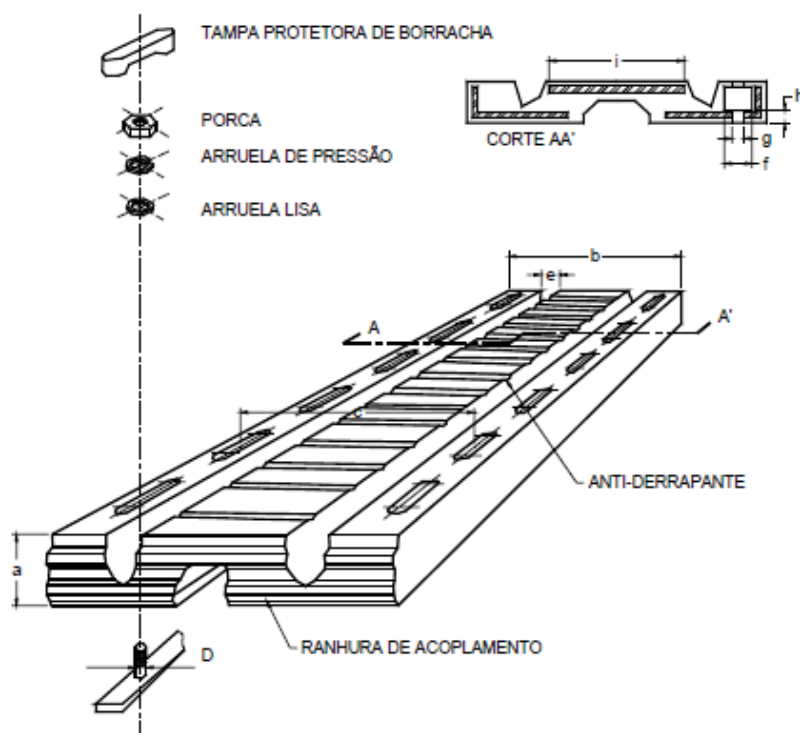
FIGURA 16 – JUNTA EM PLACAS DE AÇO DESLIZANTES (À ESQUERDA) E JUNTA ELASTOMÉRICA MODULAR (À DIREITA)



FONTE: DNIT (2004b).

As juntas em monobloco de elastômero e aço são apontadas pelo Manual (DNIT, 2004b, p. 119) como “juntas de expansão e vedação para grandes movimentos estruturais (...), com alta flexibilidade e resiliência”. Sua configuração pode ser observada na FIGURA 17.

FIGURA 17 – JUNTA EM MONOBLOCO DE ELASTÔMERO E AÇO



FONTE: DNIT (2004b).

Todos esses tipos de juntas estão sujeitos à formação de manifestações patológicas e, normalmente, possuem vida útil inferior à da própria estrutura. São, portanto, elementos sensíveis das OAEs, que podem ter seu funcionamento comprometido de maneira ainda mais rápida quando da falta de manutenção.

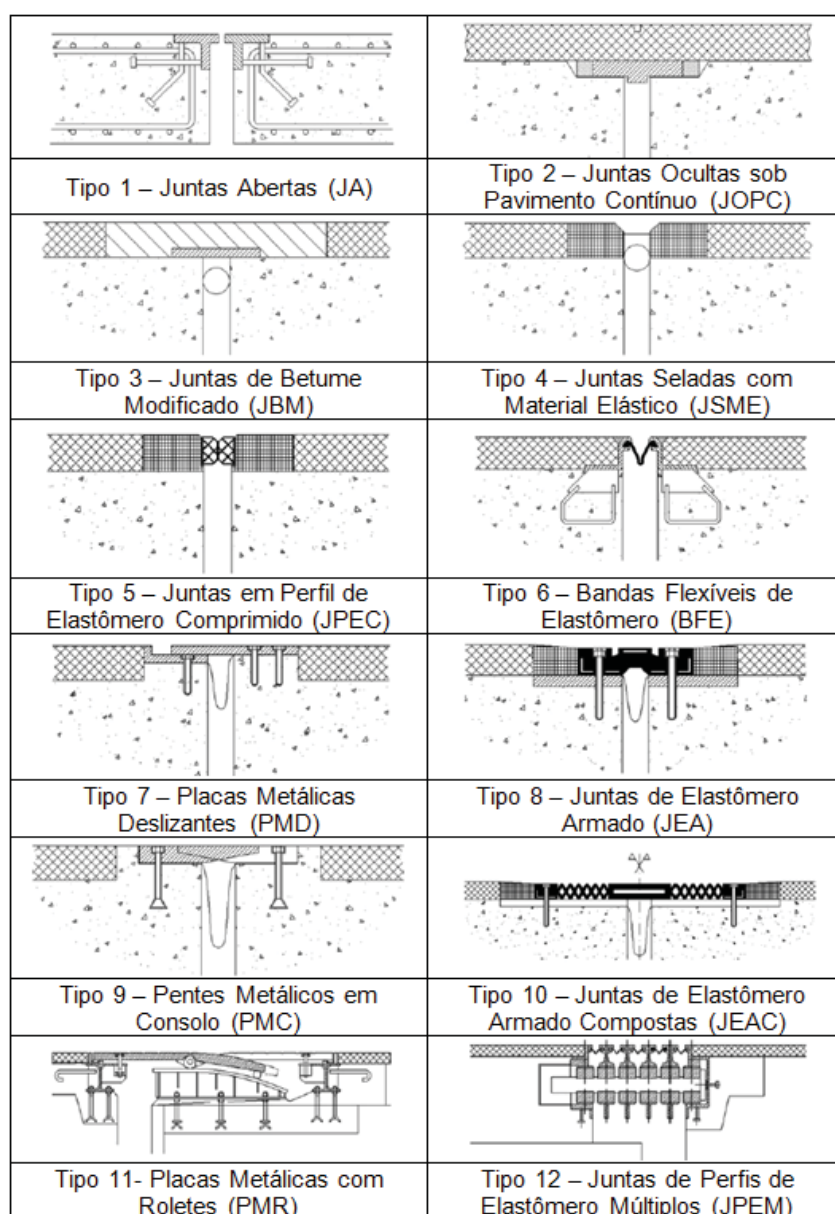
Um problema simples como a acumulação de detritos em uma junta pode limitar sua liberdade de movimentação e, conforme DNIT (2004b), até mesmo levar ao aparecimento de fissuras no estrado da ponte. Por vezes, ocorre também de, em um recapeamento, o revestimento asfáltico ser executado ignorando-se a existência das juntas, o que acarreta uma pronta formação de fissura no pavimento.

Lima e Brito (2009) apresentaram resultados de inspeção de 150 juntas pertencentes a 71 pontes de rodovias portuguesas, em que detectaram a ocorrência

de 369 defeitos, ou seja, uma média de 2,46 problemas por junta analisada. Em apenas 13 das 150 inspecionadas, não foram identificados defeitos.

Lima e Brito (2009) também propuseram classificação das juntas de dilatação, separando-as em 12 categorias, ordenadas em ordem crescente da amplitude de movimentação permitida. Essa classificação é apresentada na FIGURA 18 e traz alguns tipos de juntas adicionais em relação às tratadas no Manual de Inspeção de Pontes Rodoviárias do DNIT (2004b).

FIGURA 18 – TIPOS DE JUNTAS EM OAEs



FONTE: Adaptado de LIMA e BRITO (2009).

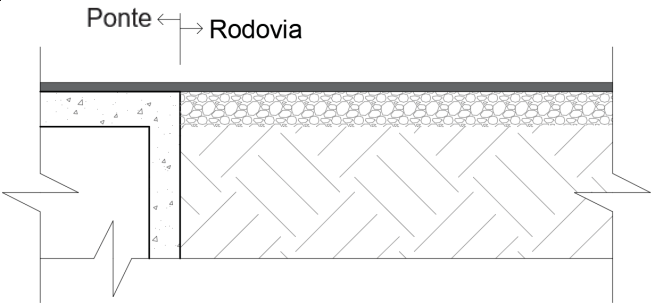
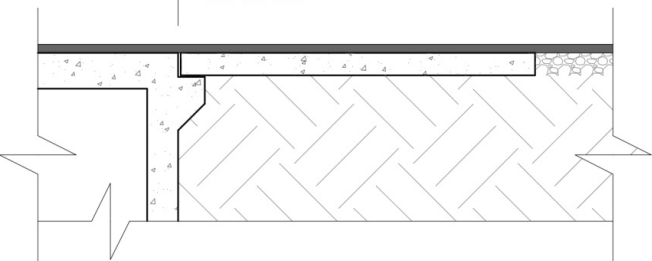
A fim de analisar os defeitos nas juntas, os autores separaram as manifestações patológicas em sete categorias: transição para o pavimento/pavimento, geometria, movimentação, ancoragem à estrutura, junta/material da junta, impermeabilidade/drenagem e conforto ao usuário. Destas, a primeira foi a que apresentou a maior frequência entre os defeitos observados, respondendo por aproximadamente 35% destes.

3.1.3 Resumo de Quinas Multimateriais para Estudo

O quadro a seguir apresenta algumas geometrias de quinas multimateriais de OAEs passíveis de serem estudadas segundo os critérios desta pesquisa, em relação aos parâmetros referidos em 2.2.1 e 2.2.2. Quanto às juntas, em referência aos tipos de dispositivos compilados na FIGURA 18, apontam-se apenas dois, correspondentes ao Tipo 2, Juntas Ocultas sob Pavimento Contínuo (JOPC), e ao Tipo 3, Junta de Betume Modificado (JBM). As demais foram desconsideradas por não favorecerem uma análise de fissuração em quina multimaterial, portanto fugindo ao escopo do trabalho, ou por apresentarem características muito complexas para análise segundo os critérios empregados nesta pesquisa.

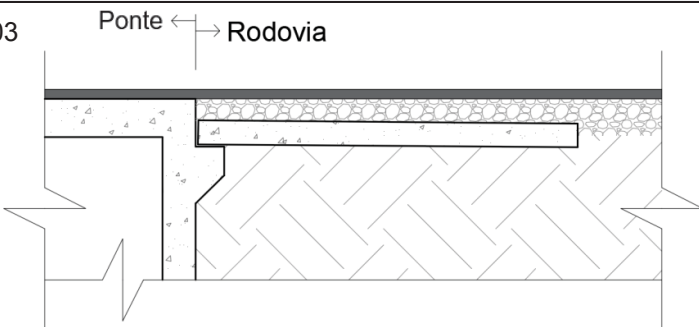
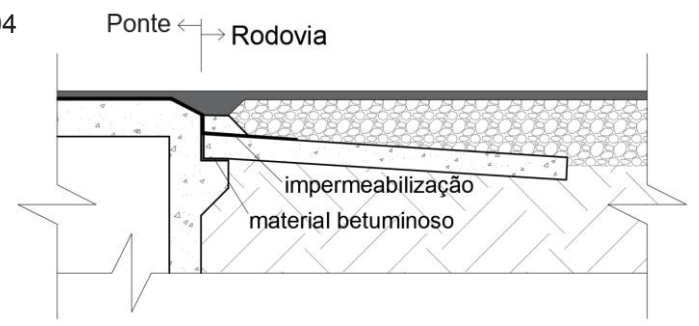
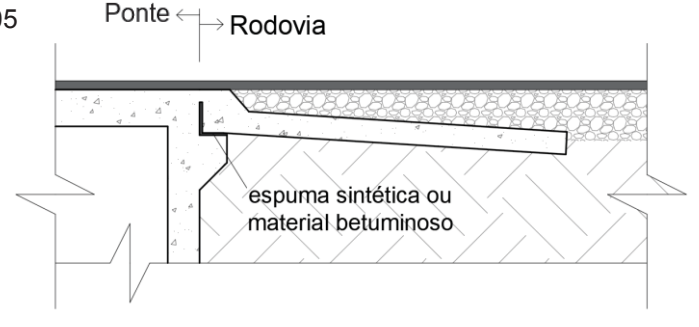
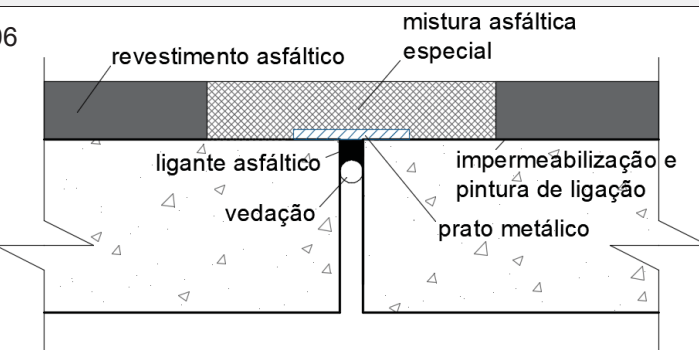
QUADRO 2 – GEOMETRIAS DE INTERESSE NO PRESENTE ESTUDO

(continua)

Área de transição		
Geometria	Referência	Designação
01 	*	SLT (Sem Laje de Transição)
02 	(1)	LTS (Laje de Transição Simples)

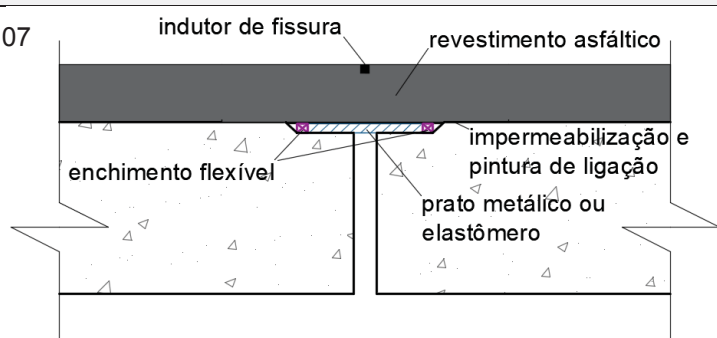
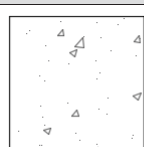

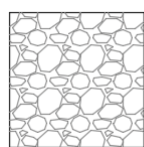

QUADRO 2 – GEOMETRIAS DE INTERESSE DE ESTUDO

(continua)

Área de transição		
Geometria	Referência	Designação
03 	*	LTSR (Laje de Transição Simples Rebaixada)
04 	(2) e (3)	LTG Laje de Transição do <i>Graubünden</i>
05 	(2) e (4)	LTO (Laje de Transição do <i>OFROU</i>)
Juntas de dilatação nas OAEs		
Geometria	Referência	Designação
06 	(5) e (6)	JBM (Junta de Betume Modificado)

QUADRO 2 – GEOMETRIAS DE INTERESSE DE ESTUDO

(conclusão)

Juntas de dilatação			
Geometria		Referência	Designação
07		(5) e (6)	JOPC (Junta Oculta sob Pavimento Contínuo)
Legenda de materiais			
			
Concreto ou concreto armado		Revestimento asfáltico	
			
Base granular		Solo	
Referências			
* Segundo observações em campo			
(1) SILVA (2011)			
(2) DREIER; BURDET; MUTTONI (2011)			
(3) TIEFBAUAMT GRAUBÜNDEN (2017)			
(4) OFFICE FÉDÉRAL DES ROUTES (1991)			
(5) LIMA; BRITO (2009)			
(6) BRIDGE JOINT ASSOCIATION (2003)			

FONTE: O Autor (2019).

Não obstante este estudo pudesse, a princípio, analisar todas as quinas multimateriais levantadas, percebe-se que a quantidade de geometrias apresentadas e o fato de cada uma possuir características que trazem especificidades à análise implicariam, para tanto, a necessidade de um prazo maior que o disponível para esta pesquisa. Uma análise profunda de algumas geometrias é de maior proveito, neste momento, do que uma análise superficial de todas. As quinas cujos FITGs não foram extraídos neste trabalho estão aqui já caracterizadas para utilização em estudos futuros.

Desse modo, as geometrias escolhidas para análise, nesta pesquisa, foram, a princípio, as duas primeiras do QUADRO 2 (SLT e LTS), o que permitiria avaliar, através da comparação dos resultados das quinas, a influência do uso da laje de transição no comportamento à fissuração dessa região de estudo. Não obstante, antecipa-se aqui que a geometria 02 foi posteriormente descartada pelos motivos que são expostos na seção 4.3, pelo que a segunda configuração selecionada para análise foi a geometria 03 (LTSR), que também utiliza uma laje de transição.

3.2 ESTUDO DOS MATERIAIS

A fim de poder modelar apropriadamente as quinas multimateriais apresentadas, é necessário conhecer o comportamento dos materiais envolvidos e obter valores referenciais aos parâmetros necessários à sua modelagem. Discutem-se, aqui, os comportamentos do concreto armado e do concreto asfáltico, abordando ainda os aspectos pertinentes dos demais materiais principais que compõem as geometrias de interesse. Ao final desta seção, é apresentado um resumo dos valores adotados.

3.2.1 Concreto Armado

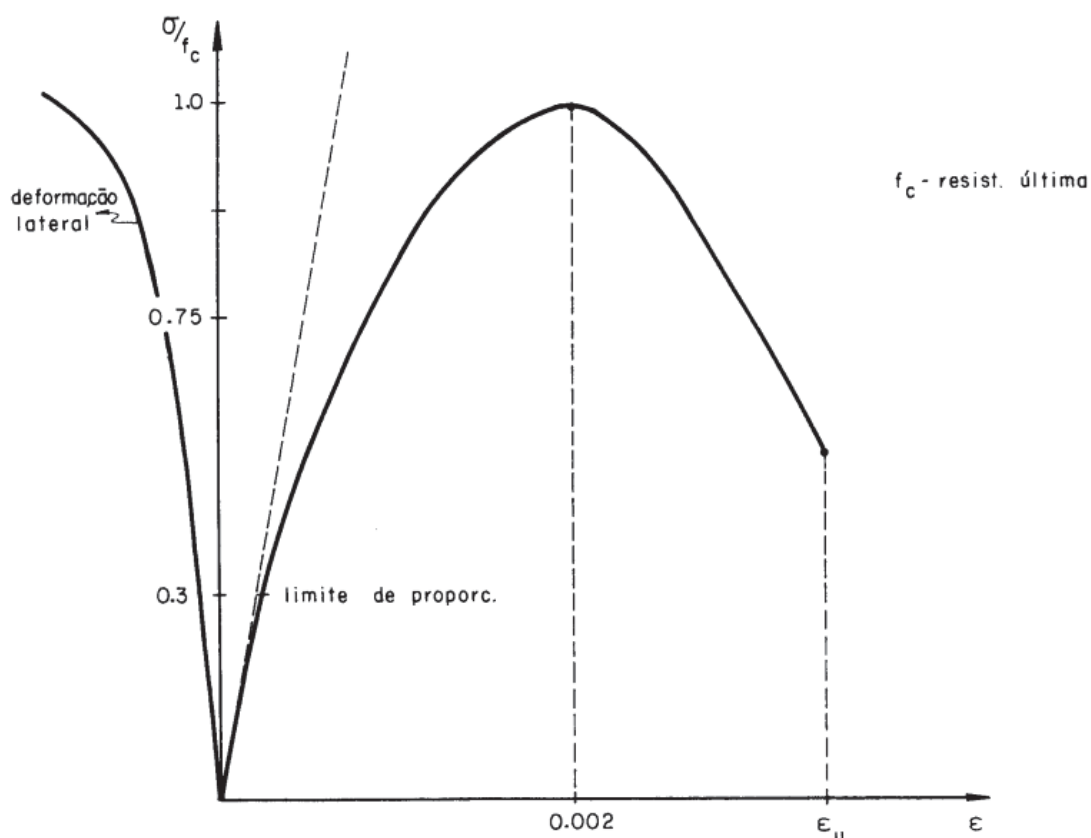
O concreto armado convencional empregado na construção civil é constituído, basicamente, de uma combinação de dois materiais: o concreto de cimento Portland e o aço.

O concreto de cimento Portland é um material heterogêneo, podendo ser considerado bifásico dependendo da escala em estudo, composto por uma fase de agregados e uma fase de matriz cimentícia, e podendo ser tratado como um material isotrópico enquanto não fissurado (PITUBA, 2003).

O concreto apresenta comportamento não linear para os ensaios de tração e compressão uniaxiais. Proença (1988) descreve, com base na FIGURA 19, a evolução de um teste de compressão uniaxial em quatro etapas. Entre 0 e 30% da resistência última f_c , caracteriza-se uma fase considerada elástica, de pequena não-linearidade. Entre 30 e 75% de f_c , ocorre uma fase intermediária, na qual passam a existir escorregamentos na pasta de cimento, mas a propagação de fissuras é dita estável. Acima de 75% de f_c , a interação das microfissuras leva à formação das fissuras

propriamente ditas. Por fim, após atingir f_c , é possível ainda apreciar uma porção descendente da curva (caso o ensaio seja realizado sob controle de deslocamentos), até que seja atingida uma deformação última ϵ_u .

FIGURA 19 – DIAGRAMA TENSÃO-DEFORMAÇÃO DO CONCRETO SOB COMPRESSÃO UNIAXIAL



FONTE: PROENÇA (1988).

Em face dessa não linearidade, a norma ABNT NBR 6118:2014, que rege a elaboração de projetos de estruturas em concreto no Brasil, versa sobre dois módulos de elasticidade passíveis de utilização para o material: o módulo tangente inicial (E_{ci}) e o módulo secante (E_{cs}). Segundo Helene (1998), do ponto de vista prático, o primeiro corresponde a $0,3 f_c$, enquanto o segundo, em geral, considera-se igual a $0,4 f_c$.

A norma ABNT NBR 6118:2014 apresenta expressões para a estimativa de E_{ci} e E_{cs} em função da resistência característica à compressão do concreto, f_{ck} , e de um coeficiente que considera a natureza do agregado gráudo empregado. A norma ainda oferece uma tabela com valores (arredondados) calculados para as principais classes de resistência do material e considerando um agregado granítico. Uma parte dessa tabela é reproduzida na TABELA 2.

TABELA 2 – VALORES ESTIMADOS DE MÓDULO DE ELASTICIDADE EM FUNÇÃO DO f_{ck} DO CONCRETO (CONSIDERANDO O USO DE GRANITO COMO AGREGADO GRAÚDO)

Classe de resistência	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
E_{ci} (GPa)	25	28	31	33	35	38	40
E_{cs} (GPa)	21	24	27	29	32	34	37

FONTE: Adaptado da ABNT NBR 6118:2014.

A norma (p. 25) afirma que “na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal, pode ser adotado módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de deformação secante E_{cs} ”. Mais à frente, a norma trata do coeficiente de Poisson ν para o concreto, afirmando que pode ser tomado como 0,2 para tensões menores que $0,5 f_c$, na compressão, ou menores que f_{ct} , na tração.

Para as intenções desta pesquisa, que busca modelar geometrias de quinas multimateriais com valores representativos das características de seus constituintes, tais dados são suficientes. Não obstante, como se pode observar das geometrias apresentadas no QUADRO 2, as peças estruturais em concreto a serem modeladas não são constituídas meramente de concreto simples, mas sim de concreto armado.

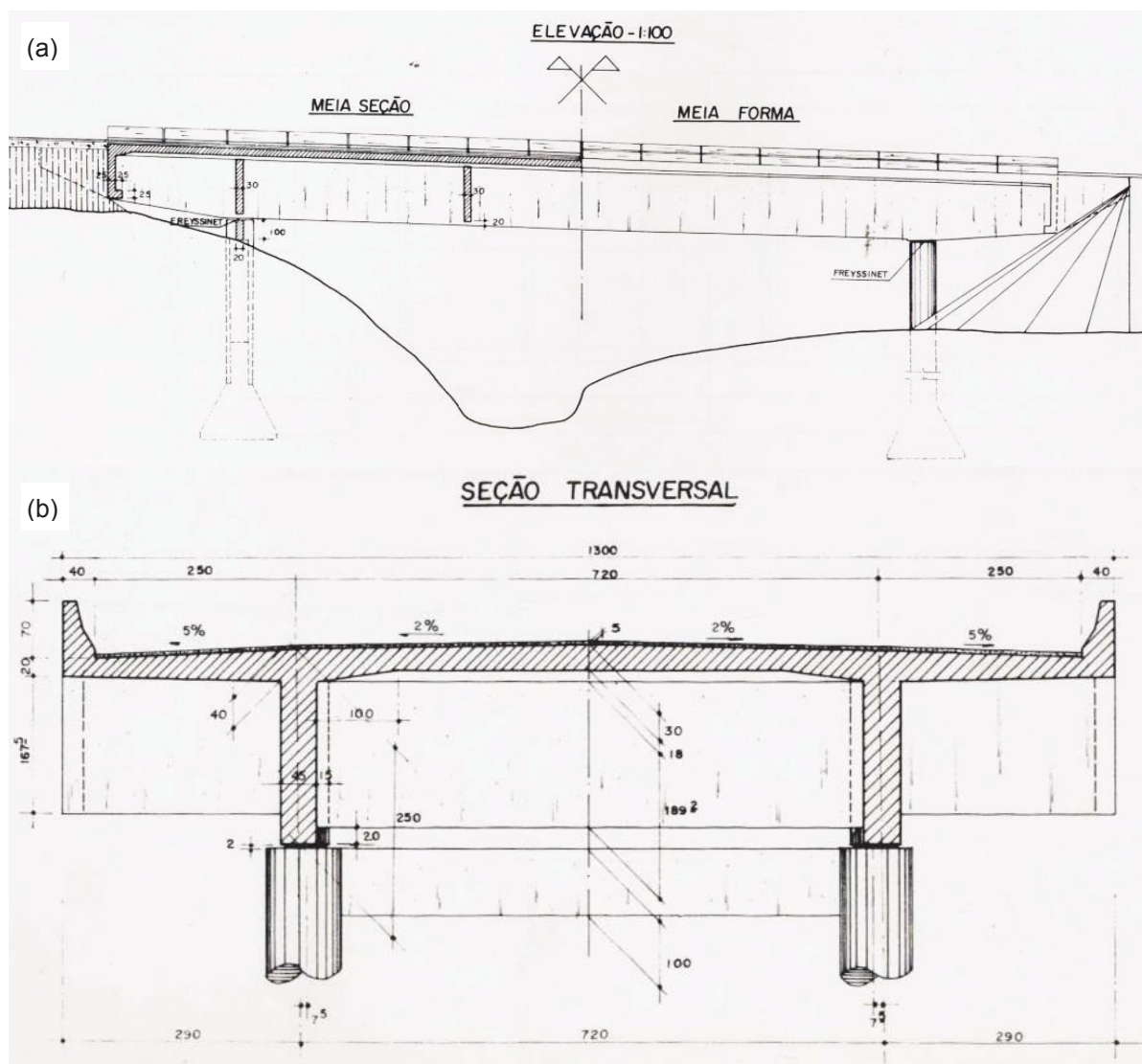
Uma vez que a rigidez do aço é significativamente maior que a dos concretos convencionais, usualmente sendo empregados valores de módulo de elasticidade da ordem de 200 GPa, seria importante considerar sua participação de alguma forma no modelo a ser desenvolvido. Modelar armadura em elementos finitos é uma tarefa sabidamente complexa e dispendiosa, de modo que tentar fazê-lo acabaria por alterar o foco da pesquisa para essa modelagem, quando o objetivo do estudo está centrado nos encontros entre diferentes materiais.

Assim, para os objetivos desta pesquisa, é suficiente modelar o concreto armado como um material ortotrópico. Para tanto, optou-se por tomar por referência uma estrutura simples cujo rolamento das cargas fosse orientado a uma direção principal.

Tomou-se, para tanto, o projeto da Ponte sobre o Rio Pinheiro Seco da BR-153/PR (DER-PR, 1978), disponível no acervo da Unidade Local do DNIT em Ponta Grossa, PR. O projeto, embora antigo, possui características desejáveis ao estudo e a ponte, sem laje de transição (projeto anterior ao Manual do DNER, 1995, que recomenda o uso do dispositivo), já apresentou problemas em suas cabeceiras (FIGURA 1). Trata-se de uma ponte cujo tabuleiro encontra-se apoiado em vigas

longitudinais, sendo estas biapoiadas e com segmentos em balanço. A FIGURA 20 ilustra essa conformação.

FIGURA 20 – PROJETO DA PONTE SOBRE O RIO PINHEIRO SECO: (a) ELEVAÇÃO LATERAL E (b) SEÇÃO TRANSVERSAL



FONTE: DER-PR (1978).

Para estabelecer os valores do módulo de elasticidade para cada direção do concreto armado, foi empregada a Regra das Misturas para materiais compostos, no modo como apresentado por Jones (1999, p. 127). Tomando-se as dimensões usuais de uma laje de ponte em concreto armado, foi considerado o modelo de placas constituídas por uma matriz (concreto) reforçada por fibras unidirecionais contínuas (em aço). Assim, o módulo de elasticidade na direção do reforço é dado por:

$$E_{11} = E_f V_f + E_m V_m \quad 3.1$$

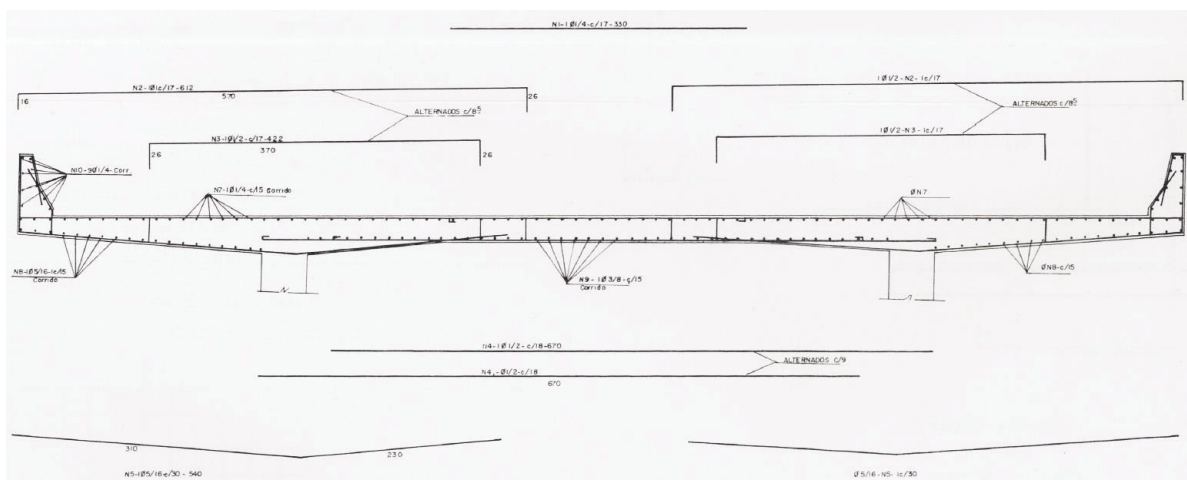
em que E_m e E_f correspondem aos módulos de elasticidade dos materiais da matriz e das fibras, enquanto V_m e V_f correspondem aos percentuais dos volumes da matriz e das fibras em relação ao volume total.

Da mesma forma, o módulo de elasticidade nas direções ortogonais é dado por:

$$E_{22} = \frac{E_f E_m}{E_m V_f + E_f V_m} \quad 3.2$$

A armadura da seção transversal da Ponte sobre o Rio Pinheiro Seco está ilustrada na FIGURA 21. Sendo uma ponte cujo tabuleiro está apoiado em duas vigas longitudinais, a armadura da laje claramente está orientada na direção transversal à ponte (paralela ao eixo z no modelo), sendo esta a direção do módulo de elasticidade principal E_{11} . Desse modo, apenas a armadura nessa direção foi considerada nos cálculos segundo a Regra das Misturas.

FIGURA 21 – ARMADURA DO TABULEIRO (SEÇÃO TRANSVERSAL) – PONTE SOBRE O RIO PINHEIRO SECO



FONTE: DER/PR (1978).

Constatou-se que a área de aço na seção transversal de referência correspondeu a apenas 0,90% da área total. Assim, utilizando o módulo de elasticidade do concreto em 24 000 MPa ($f_{ck} = 25$ MPa) e o do aço em 200 000 MPa,

E_{11} (de acordo com a Eq. 3.1) resultou em aproximadamente 25 584 MPa e E_{22} (de acordo com a Eq. 3.2) em aproximadamente 24 192 MPa.

Em face da sensível predominância volumétrica do concreto em relação ao aço, o coeficiente de Poisson adotado foi o do primeiro material (0,2), assim como o módulo de elasticidade transversal (G_{12}), equivalente a $E_{cs}/2,4$ segundo a norma ABNT NBR 6118:2014, portanto, 10 000 MPa.

3.2.2 Concreto Asfáltico

As misturas asfálticas são combinações de agregados minerais, material de enchimento e ligante asfáltico, modificado ou não, podendo eventualmente conter outros componentes, como, por exemplo, fibras. O concreto asfáltico é o principal tipo de mistura asfáltica, largamente empregado em todo o mundo e associado principalmente ao revestimento de pavimentos. Caracteriza-se por ser uma mistura usinada, espalhada e compactada a quente, com uma graduação densa de seus agregados, ou seja, possuindo uma curva granulométrica contínua e bem graduada (BERNUCCI et al., 2006).

Trata-se, portanto, de um material heterogêneo que, à semelhança do concreto de cimento Portland, pode ser considerado isotrópico. Diferentemente daquele material, porém, o concreto asfáltico apresenta propriedades viscoelásticas (em temperatura ambiente) em função da utilização do cimento asfáltico de petróleo (CAP), modificado ou não, como ligante. Devido às suas características de deformabilidade, o estudo das tensões nos pavimentos normalmente emprega não o módulo de elasticidade propriamente dito do material (E), mas toma o seu Módulo de Resiliência (MR) como seu equivalente (MEDINA; MOTTA, 2015).

Importante observar que a definição de MR em pavimentos, bem como para os solos, não corresponde ao emprego clássico do termo na Resistência dos Materiais, para a qual o módulo de resiliência é dado pela área sob a curva da região elástica do gráfico tensão x deformação de um material, em um ensaio de tração axial. O conceito de MR na pavimentação está associado ao de módulo de elasticidade (E) na Resistência dos Materiais (PHILLIP, 1996).

Segundo Medina e Motta (2015), foi Francis Hveem, um dos precursores do estudo da deformabilidade em pavimentos, quem preferiu adotar o termo “resilientes” para descrever as deformações dos revestimentos asfálticos, sob o argumento de que

as deformações nos pavimentos são muito maiores do que nos sólidos elásticos usuais da engenharia. Há ainda uma diferença importante entre o MR e o módulo de elasticidade (E) quanto à sua forma de obtenção, uma vez que o primeiro é avaliado a partir de um ensaio de cargas repetidas.

Para misturas asfálticas, o ensaio padrão de obtenção dessa grandeza, no Brasil, é regido pela norma DNIT 135/2018-ME, segundo a qual um corpo de prova cilíndrico é submetido a um ensaio de compressão diametral repetido em ciclos de carregamento (correspondente a valores entre 5 a 25% da tensão de ruptura) em que picos de carga de 0,1 s de duração são aplicados a cada 1,0 s. O valor de MR, segundo essa norma, é obtido segundo a formulação empírica (para comprimento de medida de um diâmetro do corpo de prova):

$$MR = \frac{P}{|\Delta H|_t} (0,27 + \nu) \quad 3.3$$

em que P é a carga cíclica em *newtons*, ΔH é o deslocamento horizontal elástico, t é a espessura (altura) do corpo de prova e ν é o coeficiente de Poisson.

A norma ainda afirma que não é usual a medida do coeficiente de Poisson, sendo adotado o valor de 0,3 para misturas ensaiadas a 25°C. Quanto aos valores de MR usuais para o concreto asfáltico, Bernucci et al. (2006) apresentam uma tabela resumo dos resultados de várias investigações realizadas no Brasil, parcialmente reproduzida a seguir (apenas com as referências a misturas convencionais Faixa C da norma DNIT 031/2006-ES).

TABELA 3 – MÓDULOS DE RESILIÊNCIA DE MISTURAS INVESTIGADAS NO BRASIL (25° C)

Características	Faixa (publicação)	MR (MPa)
Concreto asfáltico – CAP 30/45	Faixa C (Soares et al., 2000)	3628
Concreto asfáltico – CAP 50/60		3033
Concreto asfáltico – CAP 85/100		1448
Misturas densas moldadas em usina:	Faixa C (Rede Asfalto, 2005)	
Concreto asfáltico 1		2651
Concreto asfáltico 2		2297
Misturas densas moldadas em laboratório:	Faixa C (Rede Asfalto, 2005)	
Concreto asfáltico 1		3609
Concreto asfáltico 2		3026
Concreto asfáltico de referência	Faixa C (Lima, 2003)	3200
Concreto asfáltico de referência	Faixa C (Pinheiro, 2004)	3647

FONTE: Adaptado de BERNUCCI et al. (2006).

Tais parâmetros são suficientes à modelagem do revestimento em concreto asfáltico de um pavimento. Outro parâmetro de interesse para esse material nesta pesquisa, ainda que não empregado na fase de modelagem, é a resistência à tração, cujos valores típicos situam-se, segundo Bernucci et al. (2006), entre 0,5 e 2,0 MPa, para misturas recém-moldadas ou logo após a execução do pavimento. Importante ressaltar que esta pesquisa não considera o estudo da interface entre o concreto armado e o concreto asfáltico na OAE, o que traria dificuldades adicionais à análise, mas considera esses materiais perfeitamente aderidos.

Ainda, como o objetivo deste trabalho está centrado no potencial de iniciação das fissuras nas quinas multimateriais, o que está relacionado à dinâmica das deformações e aos locais de concentração de tensões nas geometrias estudadas, este trabalho não dispensa esforços em um estudo de escala do material, a fim de considerar a interação dos diferentes componentes da mistura.

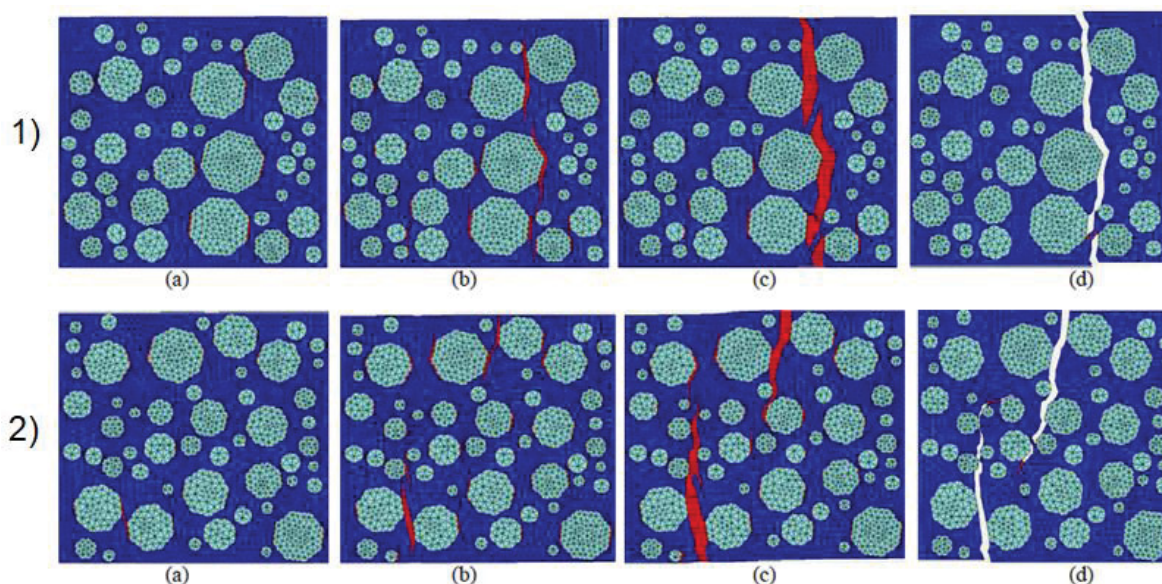
Sabe-se que essa interação entre componentes, embora menos importante para o estudo da iniciação das fissuras, impacta diretamente no crescimento destas. De fato, muitas são as pesquisas conduzidas recentemente a fim de estudar o comportamento dos pavimentos asfálticos à propagação das fissuras segundo os fundamentos da Mecânica da Fratura. Alguns exemplos podem ser encontrados em Myers e Roque (2001), Ameri et al. (2011) e Casey et al. (2012).

Em especial, para um exemplo de simulação do concreto asfáltico, em uma análise pelo MEF, com a modelagem dos agregados e do masticue asfálticos como componentes do material, cita-se o trabalho de Yin; Yang e Yang (2013). Nesse estudo, um dos objetivos principais dos autores era estudar o efeito da variação da distribuição dos agregados no comportamento à fissuração das amostras. Em seu trabalho, os agregados para a simulação 2D corresponderam a octógonos e, para a simulação 3D, a poliedros com 32 faces e 26 vértices. Elementos coesivos foram inseridos na malha inicial a fim de melhor representar os inícios de fissuração, com diferentes leis de perda de rigidez para cada um dos dois possíveis tipos considerados de caminhos da fissura, ou seja, pelo masticue ou na interação entre o masticue e os agregados.

A FIGURA 22 ilustra o aspecto da modelagem 2D realizada pelos autores, ao mesmo tempo em que apresenta os dois modos típicos de evolução da fissura observada para a mesma solicitação. Os elementos coesivos aparecem em vermelho,

representando as microfissuras, e sua largura também indica a energia gasta na fratura.

FIGURA 22 – TIPOS DE EVOLUÇÃO DA FRATURA NAS SIMULAÇÕES 2D



FONTE: YIN; YANG; YANG (2013).

As microfissuras se iniciaram na interface entre agregados e mastique, buscando um caminho preferencial segundo a distribuição dos agregados maiores e aproximadamente perpendicular à direção de aplicação da carga. No segundo tipo de evolução, ainda que a fratura não tenha ocorrido em uma seção única, as duas fissuras principais foram suficientes para dissipar a maior parte da energia de fratura, de modo que as demais microfissuras se fecharam.

Já para as simulações 3D, apenas um tipo de fratura se manifestou: com uma única fissura dominante, dividindo a amostra em duas partes. Dentre as conclusões dos autores, destacam-se a caracterização mais realística observada na análise 3D em relação à 2D; o fato de que apenas poucas microfissuras dominaram a propagação da fissuração; a constatação de que as fissuras dominantes basicamente atravessaram regiões de maior densidade de agregados nas simulações 3D; e ainda o fato de que a distribuição dos agregados graúdos teve pouco efeito no pico de carga suportada, mas um efeito considerável na superfície fraturada e na energia de fratura dissipada.

3.2.3 Demais Materiais Envolvidos

Para todas as geometrias em estudo neste trabalho, a seção do pavimento do trecho de rodovia será adotada com uma configuração única, bastante simples e comum: a capa em concreto asfáltico, uma base em brita graduada e o subleito (solo). Para esses dois últimos materiais, funcionando como camadas de um pavimento, o módulo de elasticidade a ser inserido no modelo será tomado, à semelhança do concreto asfáltico, como o módulo de resiliência (MR) do material.

Para a brita graduada, percebe-se que há uma flutuação de valores de MR na literatura. Muitos foram os estudos que buscarem definir um valor de referência para o material, através de ensaios em laboratório e de testes em campo, com diferentes técnicas e em diversas condições de pavimento, obtendo-se resultados variados que dificultam o estabelecimento de um consenso. Um resumo de alguns desses estudos pode ser lido em Fernandes e Trichês (2000), ao fim do qual os autores recomendam, para estudos preliminares, o emprego do módulo em 300 MPa. Quanto ao coeficiente de Poisson, Medina e Motta (2015) apontam o valor de 0,35 como usual para materiais granulares em geral.

Quanto ao solo, uma faixa ainda maior de valores poderia ser adotada ao MR, dependendo do tipo de solo a ser escolhido para o aterro, sujeito, ainda, à influência de diversas condições do ambiente. Segundo Bernucci et al. (2006), o módulo pode apresentar variações dependendo da umidade, da energia e do método de compactação, das condições climáticas e hidrológicas. Ainda, dependendo da constituição do solo, são vários os modelos segundo o qual o módulo pode se comportar em relação à tensão desvio ou à tensão confinante, parâmetros do ensaio do MR.

De modo geral, solos granulares tendem a apresentar módulos de resiliência maiores do que solos finos (coesivos). A ordem de grandeza desses valores pode ser inferida da própria classificação resiliente dos solos segundo o DNIT (2006c), da qual se depreende uma vasta possibilidade de valores a praticar. A norma IP-DE-P00/001, do DER/SP (2006), apresenta como valores usuais de MR de solos lateríticos a faixa de 100 a 200 MPa e, para solos não lateríticos, a faixa de 25 a 75 MPa. Para esta pesquisa, a princípio se adotou o valor correspondente à média do intervalo para solos lateríticos, ou seja, 150 MPa, admitindo-se ainda o uso de um solo majoritariamente argiloso. Para esse tipo de material, o coeficiente de Poisson indicado como usual por

Medina e Motta (2015) é de 0,45. Em etapas posteriores desta pesquisa, o uso de um solo de menor rigidez se mostrará interessante a alguns objetivos de análise, vindo a se adotar o limite inferior do solo não laterítico da norma do DER/SP (2006), ou seja, 25 MPa.

É importante ressaltar que os materiais de pavimentação aqui estudados não são de fato elásticos, sendo o emprego da teoria da elasticidade admitido como uma aproximação (BERNUCCI et al., 2006). Também não são considerados, neste estudo, os efeitos da não linearidade desses materiais.

Outros materiais que compõem as quinas multimateriais do QUADRO 2 ocorrem apenas nas juntas das OAEs e não serão estudados em detalhe nesta pesquisa, ficando para desenvolvimentos futuros.

3.2.4 Resumo das Características dos Materiais

Em resumo, os parâmetros adotados aos materiais que compõem as geometrias em estudo nesta pesquisa, visando à modelagem em elementos finitos, constam na TABELA 4:

TABELA 4 – VALORES ADOTADOS PARA OS MATERIAIS DE INTERESSE

Materiais	Valores adotados			
	Módulo Resiliente (MPa)			Coeficiente de Poisson
Concreto asfáltico	3000			0,3
Brita graduada	300			0,35
Solo (majoritariamente argiloso)	150 / 25			0,45
Concreto armado	E_{11}	E_{22}	G_{12}	Coeficiente de Poisson
	25 584	24 192	10 000	0,2

FONTE: O Autor.

4 ANÁLISE INICIAL EM ELEMENTOS FINITOS

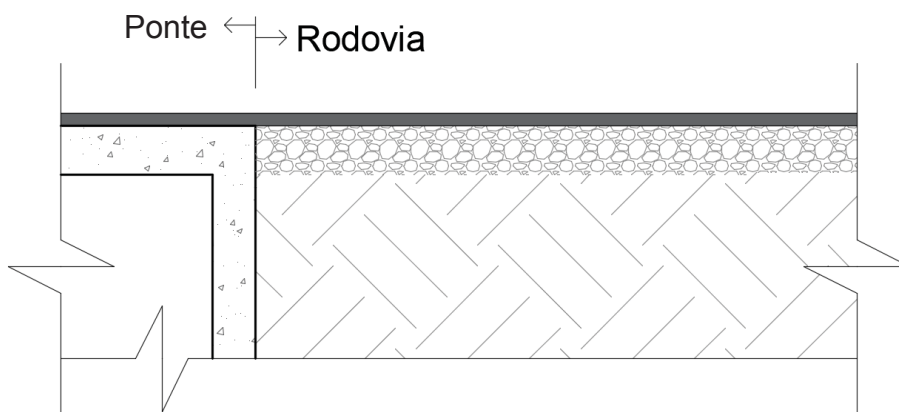
A fim de se desenvolver um método eficaz de análise das geometrias apresentadas no QUADRO 2, trabalhou-se um primeiro modelo 3D de uma ponte, em sua porção de contato com a rodovia, a fim de permitir conclusões sobre o estado de tensões na interação entre os materiais e, especialmente, a fim de constatar simplificações possíveis de serem utilizadas ao longo do estudo. Um dos objetivos principais dessa etapa esteve na busca de reduzir as análises a simulações em 2D.

Assim sendo, este capítulo contém o estudo da modelagem global das geometrias em elementos finitos, deixando-as preparadas para o refinamento local da malha e a extração dos parâmetros da MFEL, de que trata o capítulo 6. Primeiramente, apresenta-se a modelagem inicial em três dimensões, com base na geometria 01 e, em seguida, trata-se dos critérios adotados na redução do problema a uma análise em 2D. A terceira seção deste capítulo apresenta o início da modelagem da geometria 02, o motivo por que esta foi descartada e a modelagem da geometria 03. A quarta seção resume uma nova análise de situações críticas (detalhada no Apêndice B) e, ao final do capítulo, sumarizam-se as principais conclusões desta etapa da pesquisa.

4.1 MODELO 3D INICIAL

A primeira geometria de transição escolhida para análise foi a n. 01 do QUADRO 2 (reproduzida na FIGURA 23), por ser mais simples e, portanto, mais conveniente à primeira abordagem do que as configurações com laje de transição.

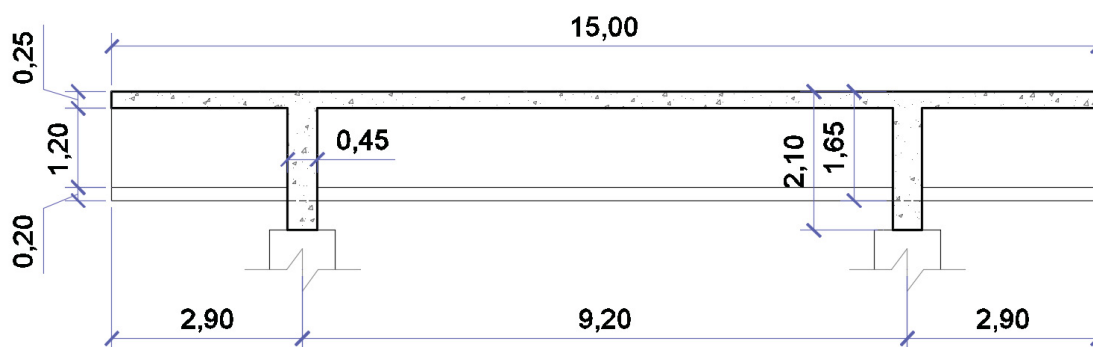
FIGURA 23 – GEOMETRIA 01: SEM LAJE DE TRANSIÇÃO



FONTE: O Autor (2019).

Para a geometria do modelo em elementos finitos, adotou-se o tabuleiro da ponte com uma espessura de laje constante (25 cm), sem inclinação longitudinal e sem vigas de travamento na direção transversal. O comprimento total longitudinal da ponte foi estabelecido em 14,0 m e as dimensões da seção transversal foram adotadas com base nas medidas da estrutura de referência (FIGURA 20), sendo apresentadas no croqui da FIGURA 24.

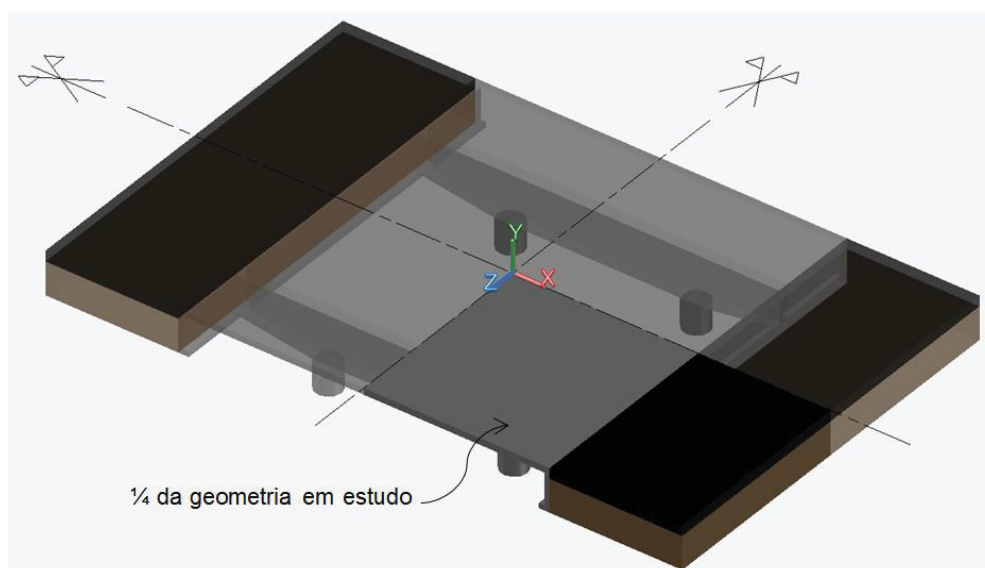
FIGURA 24 – CROQUI DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO MODELO



FONTE: O Autor (2019).

O modelo em elementos finitos foi construído e processado com o *software* Ansys®, sendo necessário modelar apenas um quarto da geometria em função das duas linhas de simetria existentes. Tais linhas podem ser observadas no croqui da FIGURA 25, que apresenta também a orientação adotada com relação aos eixos cartesianos.

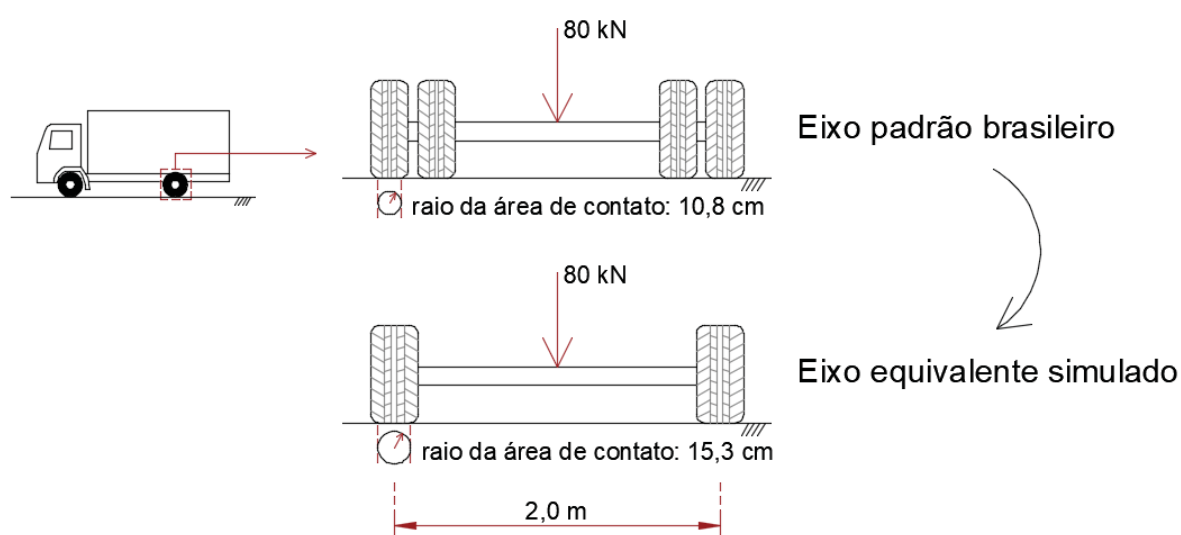
FIGURA 25 – CROQUI DO MODELO 3D



FONTE: O Autor (2019).

A carga escolhida para o teste foi estabelecida com base no eixo padrão brasileiro, que corresponde a um eixo simples de rodagem dupla (eixo traseiro de um caminhão simples, rígido, tipo 2C) com transmissão de carga de 80 kN (DNIT, 2006d). Para esse eixo, cada um dos quatro pneus representaria uma área circular de contato com o pavimento de 10,8 cm de raio e uma pressão de, aproximadamente, 0,55 MPa (EVANGELISTA, 2006). A fim de simplificar a modelagem em elementos finitos, os quatro pneus foram substituídos por duas rodas equivalentes de 15,3 cm de raio, ou seja, a solicitação foi simulada através de um eixo simples de rodagem simples transmitindo a mesma carga do eixo padrão e à sua mesma pressão, conforme FIGURA 26. Os centros das rodas equivalentes nesse eixo distaram de 2,0 m.

FIGURA 26 – EIXO EQUIVALENTE UTILIZADO NAS SIMULAÇÕES



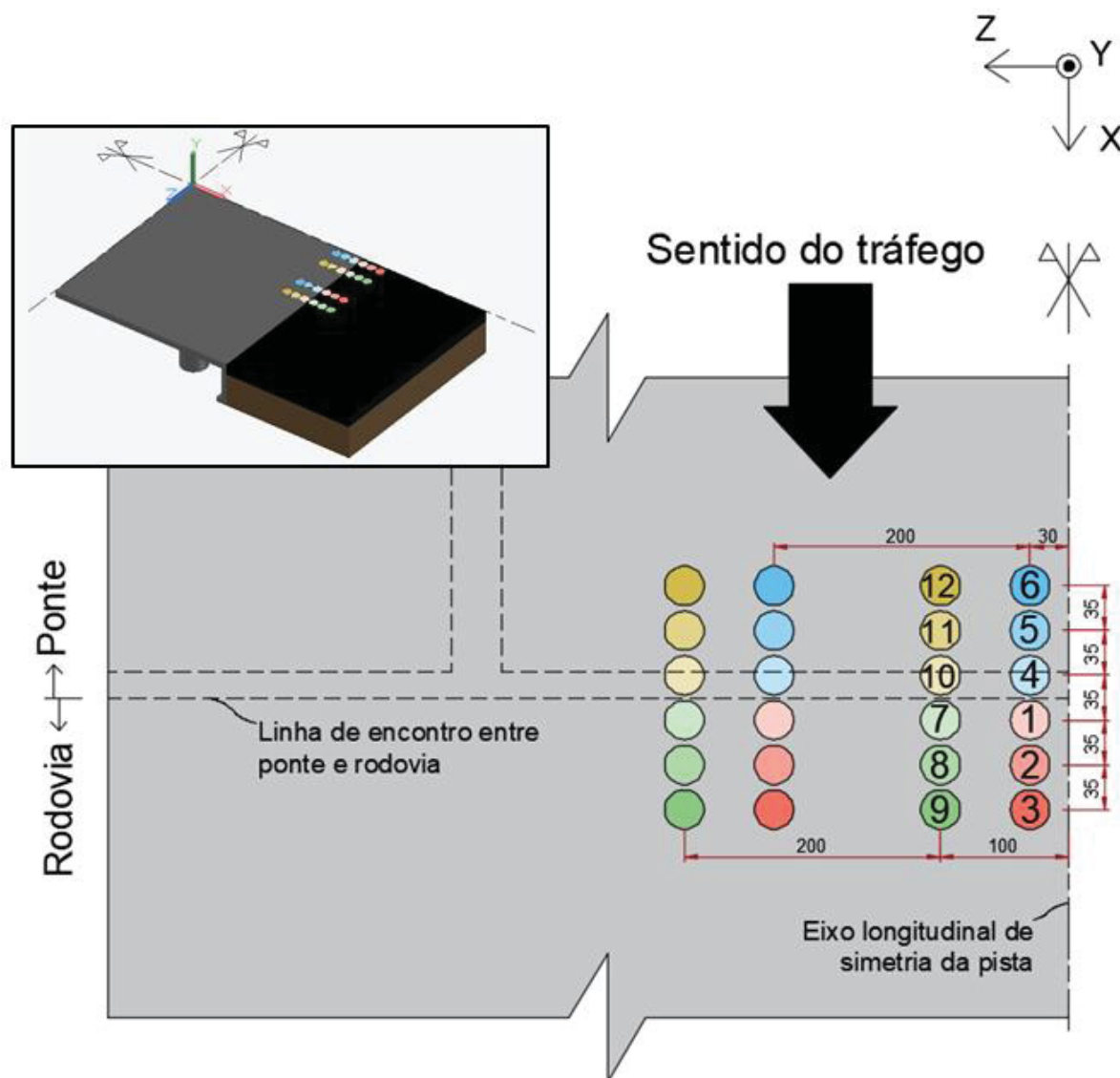
FONTE: O Autor (2019).

Não foram considerados efeitos dinâmicos tais como as cargas horizontais advindas de aceleração ou frenagem dos veículos. Cita-se, também, que este estudo parte do princípio de que o aterro de suporte e as estruturas de contenção da OAE foram corretamente executados, de modo que as singularidades de tensão ocorrem apenas em função da própria quina multimaterial.

Na sequência, definiram-se doze casos de carregamento a se analisar, todos nas proximidades da linha de encontro entre a ponte e a rodovia, objetivando investigar o caso mais crítico de posição da carga em relação à junta. Foram eles: centros das rodas a 17,5; 52,5 e 87,5 cm dessa linha, para cada um dos sentidos, e a 30 e 100 cm do eixo longitudinal de simetria da pista (roda mais próxima). O uso de

simetria na geometria do modelo naturalmente implica simetria também no carregamento. O croqui da FIGURA 27 ilustra os doze casos avaliados.

FIGURA 27 – SITUAÇÕES DE APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO (COTAS EM CENTÍMETROS)



FONTE: O Autor (2019).

A TABELA 5 apresenta as coordenadas dos centros das rodas equivalentes, com base no sistema de eixos apresentado nas FIGURAS 26 e 27.

TABELA 5 – COORDENADAS DOS CENTROS DAS RODAS EQUIVALENTES (cm)

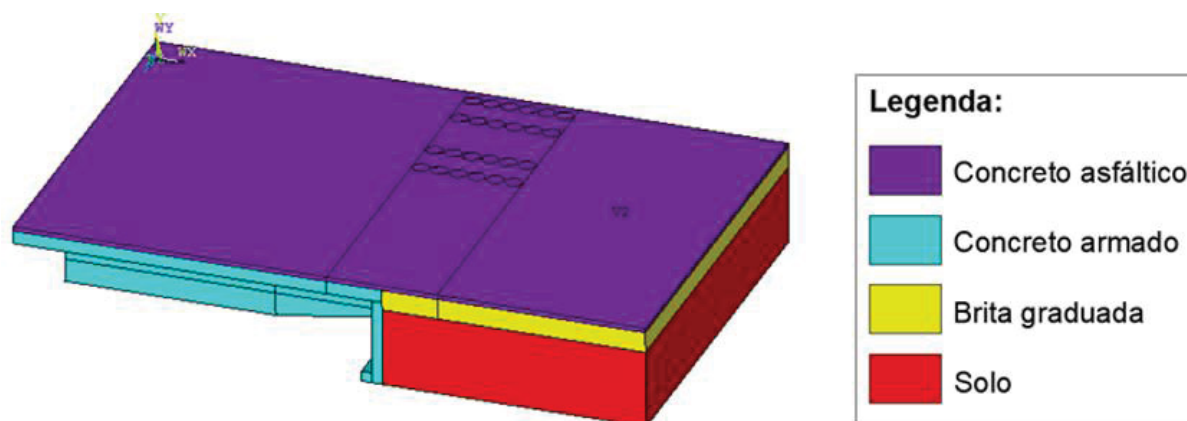
Casos	Roda mais próxima do eixo de simetria		Roda mais distante do eixo de simetria	
	x	z	x	z
01	717,5	30,0	717,5	230,0
02	735,0	30,0	735,0	230,0
03	770,0	30,0	770,0	230,0
04	682,5	30,0	682,5	230,0
05	647,5	30,0	647,5	230,0
06	612,5	30,0	612,5	230,0
07	717,5	100,0	717,5	300,0
08	735,0	100,0	735,0	300,0
09	770,0	100,0	770,0	300,0
10	682,5	100,0	682,5	300,0
11	647,5	100,0	647,5	300,0
12	612,5	100,0	612,5	300,0

FONTE: O Autor.

Observe-se que, para esta simulação, também não foram consideradas as cargas de peso próprio da estrutura (forças volumétricas). Isto porque já era esperado que as tensões resultantes, relacionadas à solicitação da quina multimaterial, indicassem potencial de fissuração no concreto asfáltico, em consonância com o usualmente observado em campo. Ocorre que, na execução dessa geometria, a ponte em concreto armado é a primeira parte construída, vindo, na sequência, o aterro da cabeceira, as primeiras camadas do pavimento e, por fim, a capa em concreto asfáltico. Ou seja, quando esta última é adicionada, a estrutura da ponte já sofreu as deformações decorrentes da ação do peso próprio, de modo que considerá-las solidárias ao revestimento asfáltico poderia implicar erros na análise.

As características dos materiais foram inseridas segundo os critérios expostos na seção anterior, consoante os valores dos parâmetros da TABELA 4. Um lançamento inicial da geometria no Ansys® pode ser visualizado na FIGURA 28, com distinção dos materiais por suas cores. Para a estrutura do pavimento, foi adotada uma seção hipotética simples, constituída de uma camada de brita graduada, de 40 cm de espessura, e da capa de concreto asfáltico, de 8 cm de espessura, esta última seguindo contínua sobre a ponte.

FIGURA 28 – LANÇAMENTO INICIAL DA GEOMETRIA

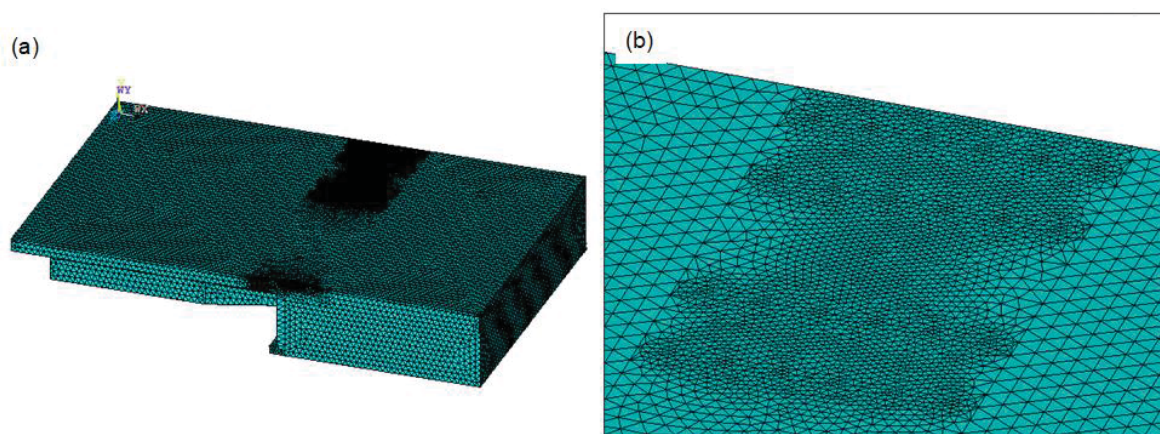


FONTE: O Autor (2019).

Pode-se observar que, mesmo nesse lançamento inicial, procurou-se subdividir os volumes visando o uso de elementos com tamanhos diferentes, a fim de se obter mais detalhe nas proximidades da aplicação das cargas. Os cilindros em concreto asfáltico marcam os doze casos de carregamento da FIGURA 27.

Utilizando-se o elemento SOLID186 do Ansys®, um tamanho de referência de 50 mm para os elementos dos volumes próximos à aplicação da carga e de 150 mm para os mais distantes, a malha resultante apresentou a configuração da FIGURA 29.

FIGURA 29 – MALHA INICIAL: (a) VISÃO GLOBAL; (b) DETALHE AO REDOR DOS CILINDROS



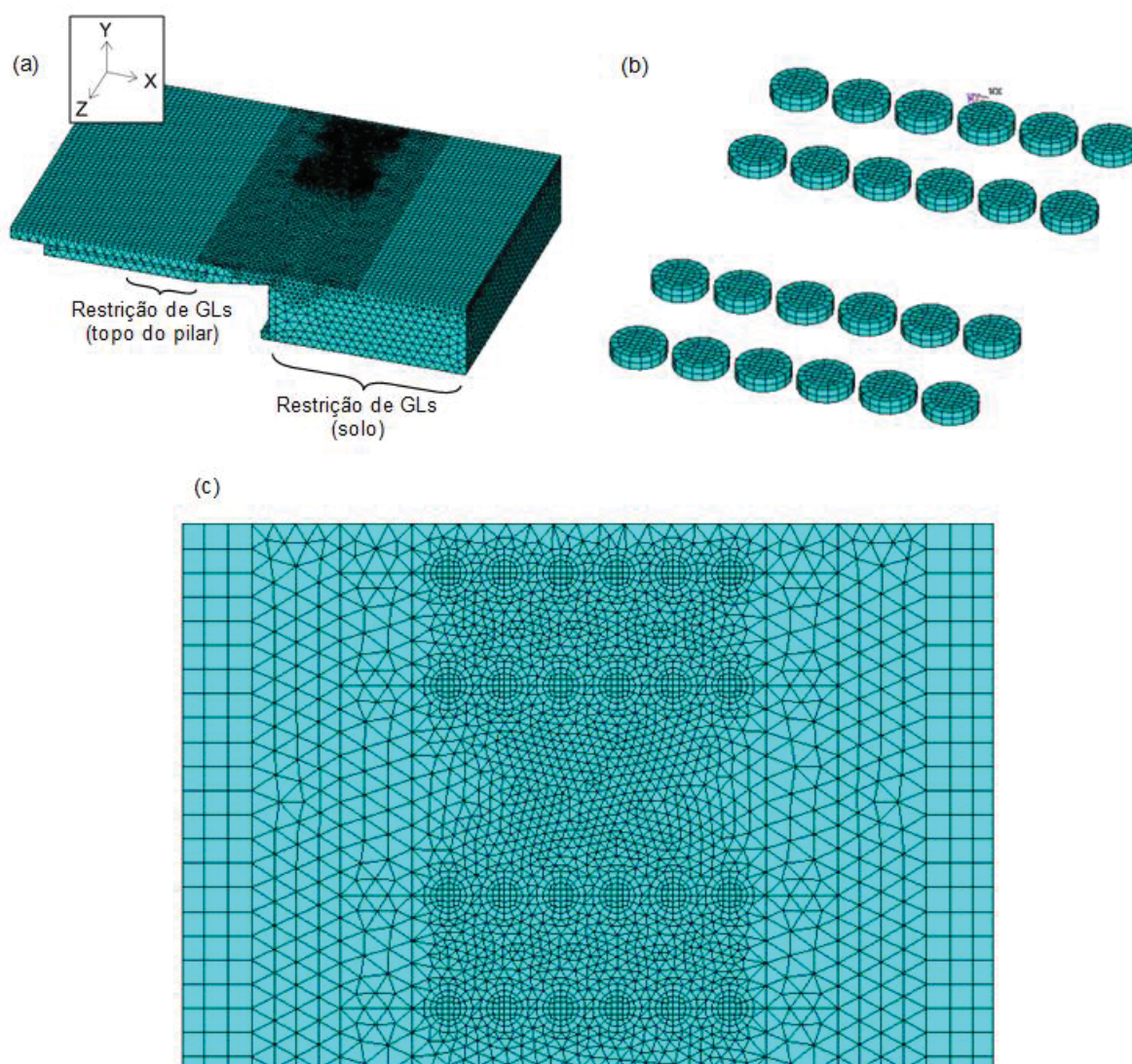
FONTE: O Autor (2019).

Na busca por otimizar a funcionalidade da malha, percebeu-se a possibilidade de utilizar elementos maiores, principalmente nas regiões mais distantes da aplicação das cargas. Ainda, buscou-se tratar especialmente a malha dos cilindros, empregando elementos hexaédricos, visando menor demanda computacional e melhor precisão na

distribuição do carregamento para a malha. Também se empregaram elementos hexaédricos na maior parte da área de concreto asfáltico, sendo necessário subdividi-lo em mais volumes para acomodar a transição com os elementos tetraédricos e criar uma malha conforme.

Assim, após alguns testes com malhas de diferentes características e a realização dos ajustes necessários, chegou-se à configuração ilustrada na FIGURA 30.

FIGURA 30 – MALHA FINAL: (a) VISÃO GLOBAL; (b) DETALHE DOS CILINDROS; (c) VISTA DE TOPO DO DERREDOR DOS CILINDROS



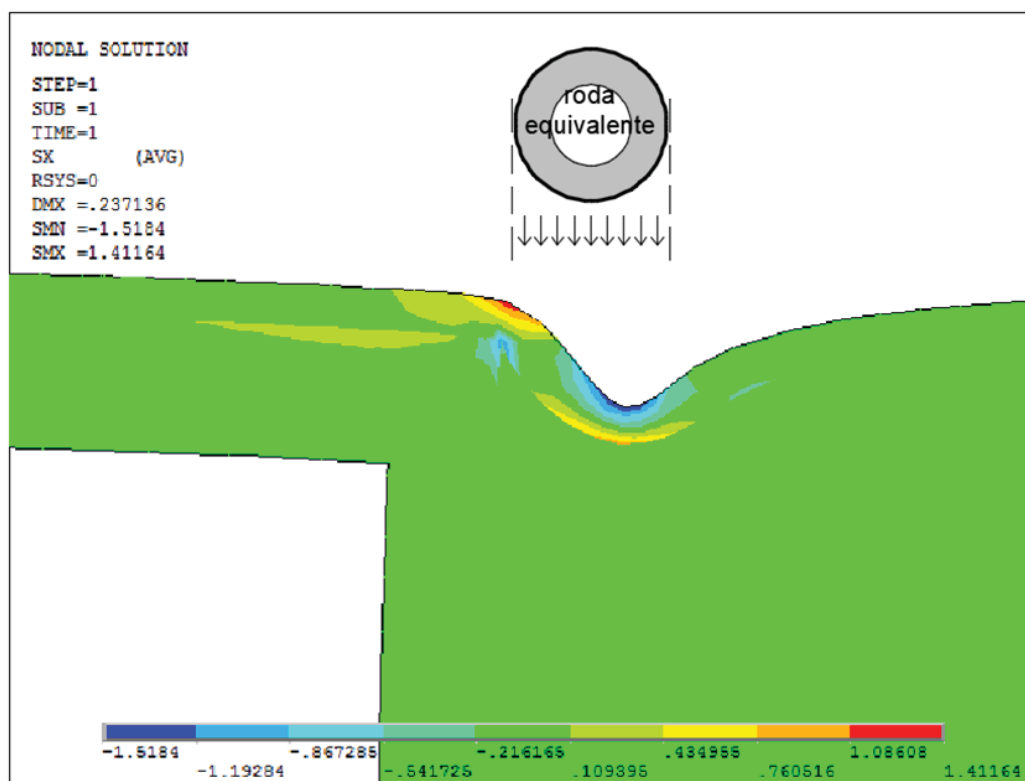
FONTE: O Autor (2019).

Como condições de contorno, restringiram-se todos os graus de liberdade (GLs) dos nós correspondentes ao topo do pilar de apoio da longarina, bem como dos

nós da superfície inferior do solo, conforme FIGURA 30-a. Também foi aplicada simetria nas duas faces do modelo pertinentes consoante a FIGURA 25.

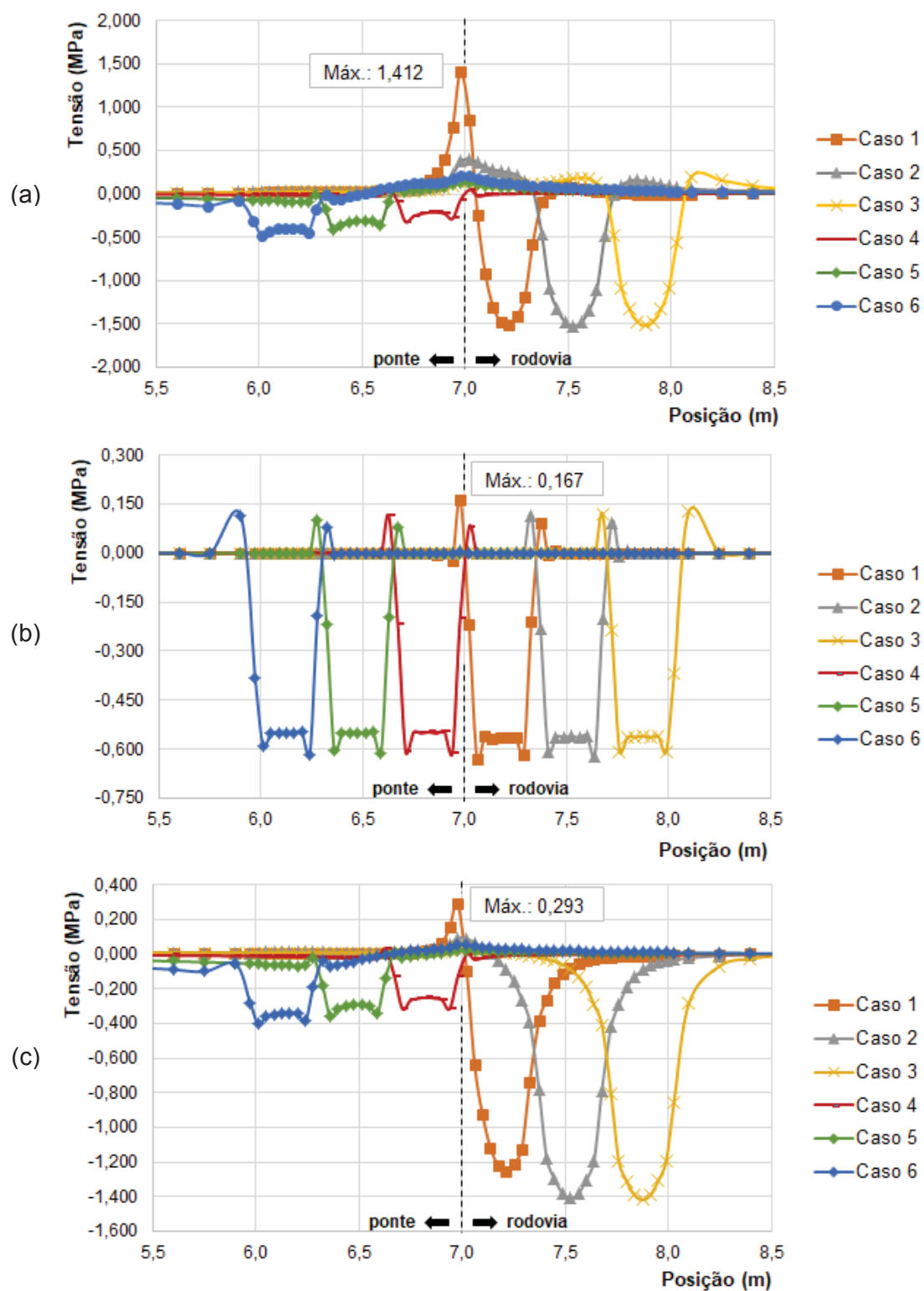
Os resultados foram obtidos para cada uma das doze situações simuladas, conforme FIGURA 27. Como ilustração, apresentam-se, na FIGURA 31, as tensões σ_x para o Caso 01, em um corte longitudinal do modelo passando pelo centro da roda equivalente mais próxima do eixo de simetria longitudinal da pista.

FIGURA 31 – CASO 01: TENSÕES σ_x AO LONGO DE X



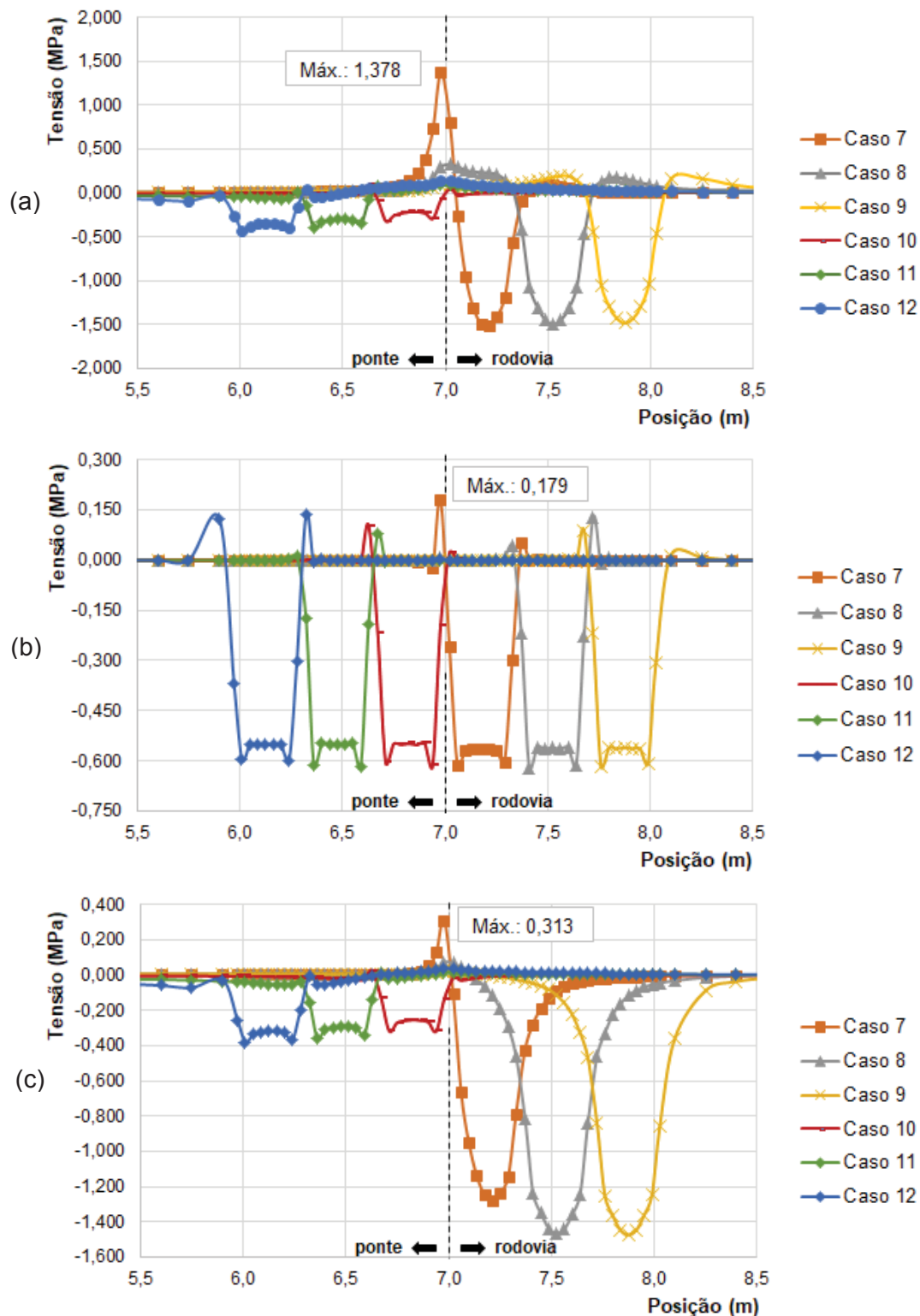
FONTE: O Autor (2019).

O GRÁFICO 2 apresenta as tensões σ_x , σ_y e σ_z na superfície superior do concreto asfáltico, para os casos 01 a 06, na linha paralela ao eixo x que corta o centro da roda equivalente mais próxima do eixo de simetria longitudinal da pista.

GRÁFICO 2 – CASOS 01 A 06: (a) σ_x , (b) σ_y E (c) σ_z 

FONTE: O Autor (2019).

Analogamente, o GRÁFICO 3 apresenta o mesmo conjunto de resultados, porém para os casos 07 a 12.

GRÁFICO 3 – CASOS 07 A 12: (a) σ_x , (b) σ_y E (c) σ_z 

FONTE: O Autor (2019).

Como pode ser observado, o caso 01 foi o mais crítico dos doze analisados em relação à tensão σ_x (na tração). As tensões de tração σ_y e σ_z se mostraram menos importantes na ordem de grandeza dos valores. Os resultados para os casos 07 a 12

foram praticamente iguais ao conjunto dos seis primeiros em sua forma, apresentando apenas uma pequena diferença nos valores. Ou seja, a posição em z em que o corte longitudinal é tomado, até certo limite, não representa influência significativa para o estudo da geometria.

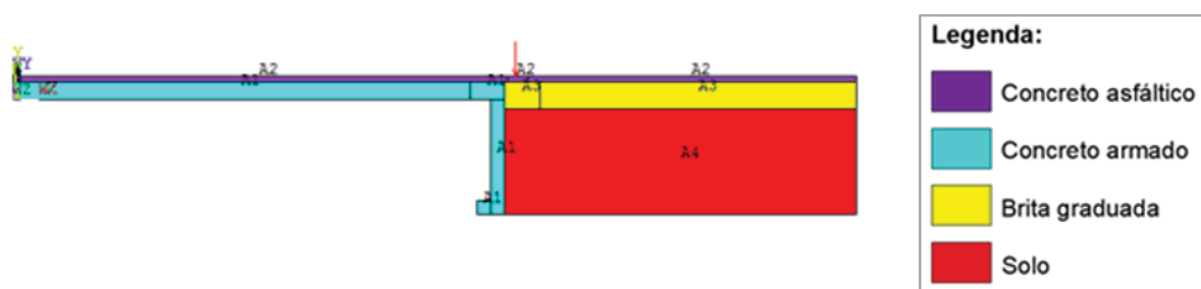
Assim sendo, o caso 01, por ser mais crítico, foi escolhido como referência para a redução do problema a uma simulação 2D, com foco nas tensões σ_x .

Registra-se que, tendo se desenvolvido o primeiro modelo em elementos finitos aqui apresentado, um teste de validação com base numa estrutura mais simples foi realizado para verificar a confiabilidade dos resultados. Esse teste está documentado no Apêndice A deste trabalho (seção A.1).

4.2 MODELO 2D INICIAL

Admitida a validade do modelo 3D, passou-se a trabalhar o modelo 2D inicial com o caso 01 de carregamento como referência. A geometria se assemelha a um corte longitudinal do modelo tridimensional, estando apresentada na FIGURA 32. Como a pressão estava distribuída em áreas circulares no modelo 3D, precisou ter seu valor corrigido a fim de representar o mesmo carregamento na forma de uma carga uniformemente distribuída.

FIGURA 32 – MODELO 2D INICIAL



FONTE: O Autor (2019).

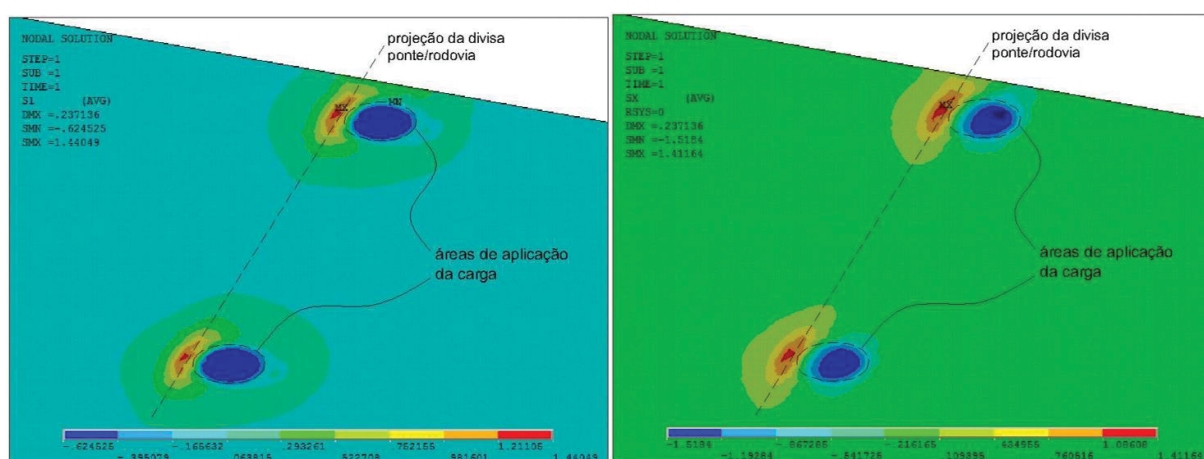
A simulação em 2D visa, teoricamente, representar um cálculo por unidade de largura (1 mm), de uma faixa maior do modelo tridimensional. Não há necessidade, porém, de que a simulação 2D represente nem mesmo toda a largura do modelo em que há carga aplicada (o diâmetro da roda equivalente, 306 mm), mas apenas uma

faixa nas proximidades do ponto de máxima tração, posto que é nesse ponto que se intenciona calcular o potencial de fissuração da quina multimaterial.

Desse modo, a decisão mais importante a se tomar nessa etapa inicial do desenvolvimento do modelo 2D residu na escolha de simplificar o problema a um caso de EPT ou EPD. A decisão pelo primeiro implicaria desprezar as tensões em z , enquanto a adoção do segundo implicaria desconsiderar as deformações em z .

A FIGURA 33-a apresenta uma vista superior em perspectiva do modelo 3D nas proximidades da aplicação da carga no Caso 01, estando representadas as tensões principais na superfície do concreto asfáltico. A FIGURA 33-b apresenta a mesma vista, plotadas as tensões σ_x .

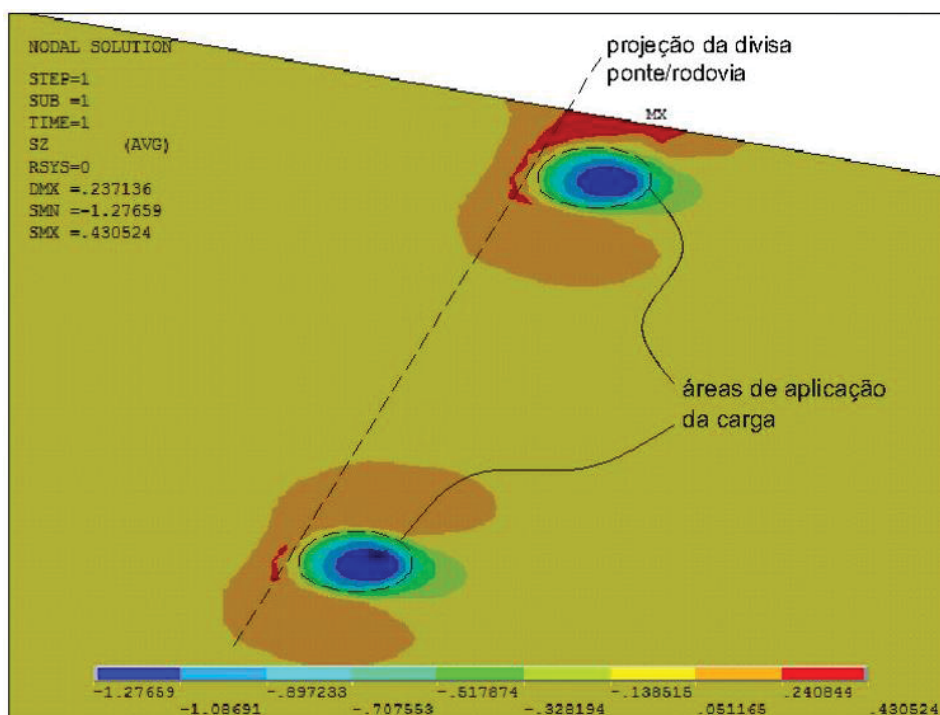
FIGURA 33 – PERSPECTIVA DO MODELO 3D MOSTRANDO (a) AS TENSÕES PRINCIPAIS σ_1 E (b) AS TENSÕES σ_x



FONTE: O Autor (2019).

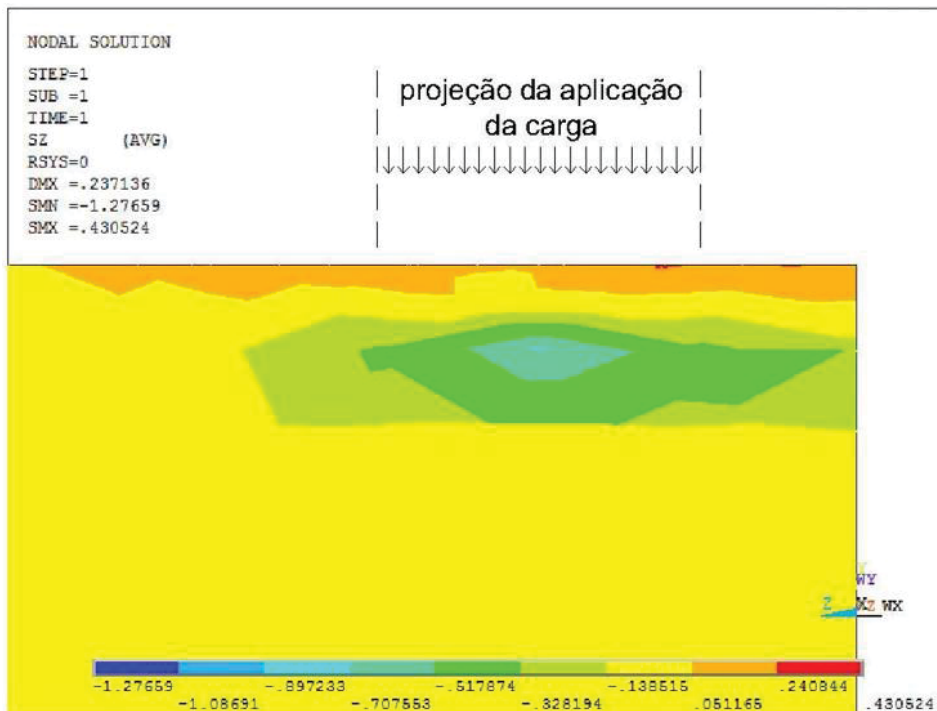
Percebe-se a semelhança na distribuição dos esforços, bem como na magnitude do máximo de tração (1,44 MPa em σ_1 e 1,41 MPa em σ_x). Tal fato já indica uma predominância da componente em x das tensões nessa superfície, caracterizando um indício da possibilidade de emprego de um estado plano.

A FIGURA 34 apresenta essa mesma vista, plotadas as tensões σ_z .

FIGURA 34 – TENSÕES σ_z EM PERSPECTIVA DO MODELO 3D

FONTE: O Autor (2019).

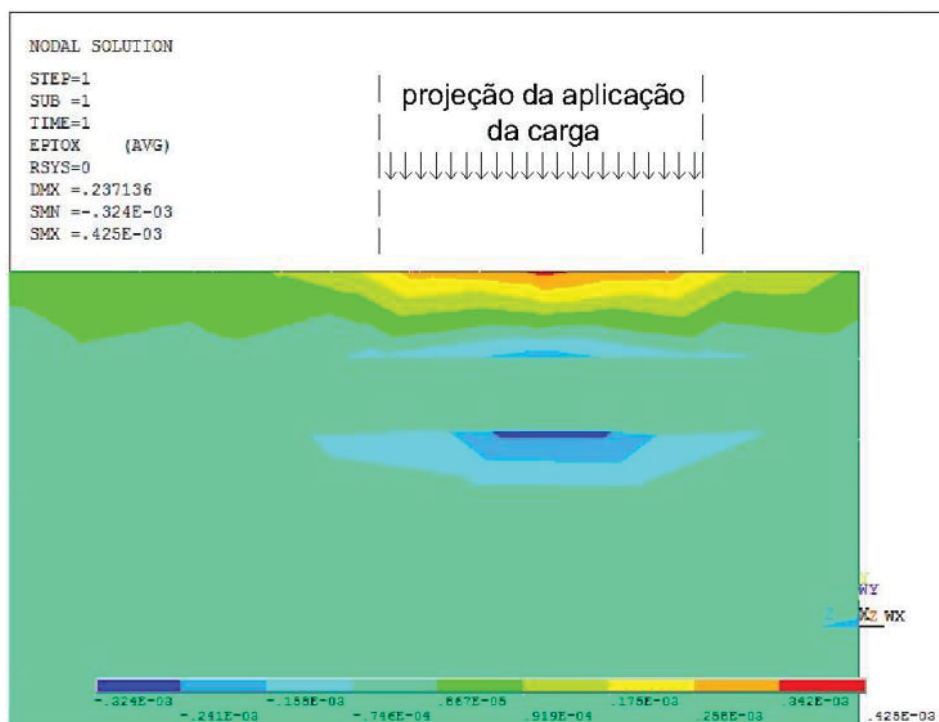
Com foco na linha que projeta o encontro da ponte com as camadas inferiores do pavimento, percebe-se que as tensões σ_z estariam próximas do valor que divide as cores laranja e amarela na imagem, ou seja, em torno de 0,05 MPa, número bastante inferior ao da tensão σ_x . Um corte do modelo 3D na direção dessa linha, na FIGURA 35, permite observar a variação da tensão σ_z , ao longo de z com mais detalhe.

FIGURA 35 – TENSÕES σ_z EM CORTE TRANSVERSAL DO MODELO 3D ($x = 7,0$ m)

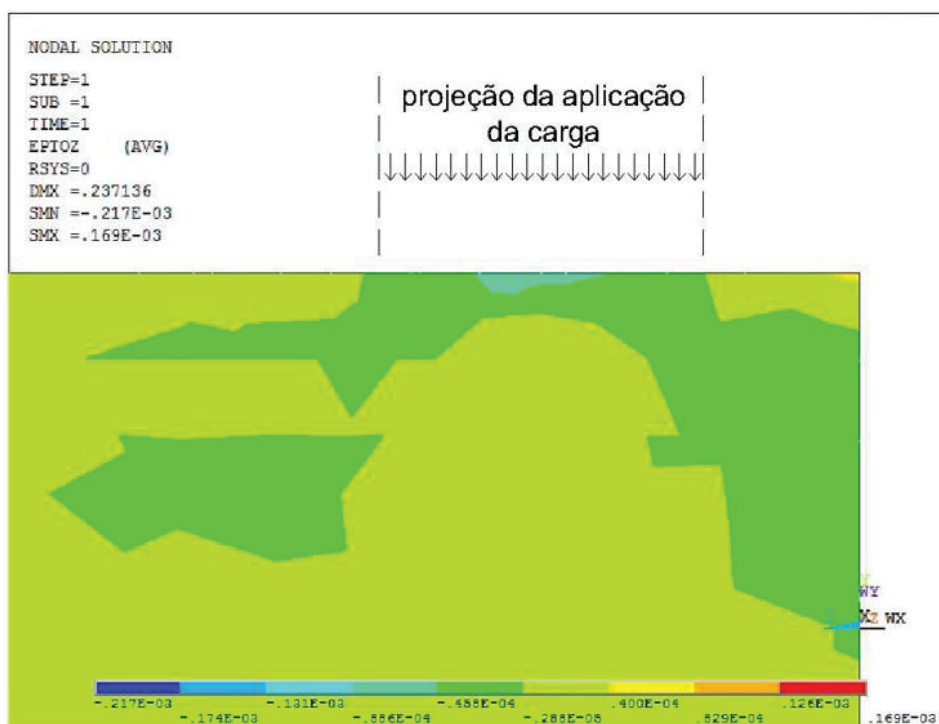
FONTE: O Autor (2019).

Embora se perceba certa oscilação da tensão em z próximo à superfície, lembre-se que a análise em 2D não considerará toda a largura da aplicação da carga, mas apenas uma fina fatia próxima ao centro dessa aplicação. Embora não seja nulo, o valor bastante inferior de z em relação a x favorecerá a escolha do modelo em EPT.

As FIGURAS 36 e 37 apresentam, nesse mesmo plano de corte, as deformações ϵ_x e ϵ_z , respectivamente.

FIGURA 36 – DEFORMAÇÕES ε_x EM CORTE TRANSVERSAL DO MODELO 3D ($x = 7,0$ m)

FONTE: O Autor (2019).

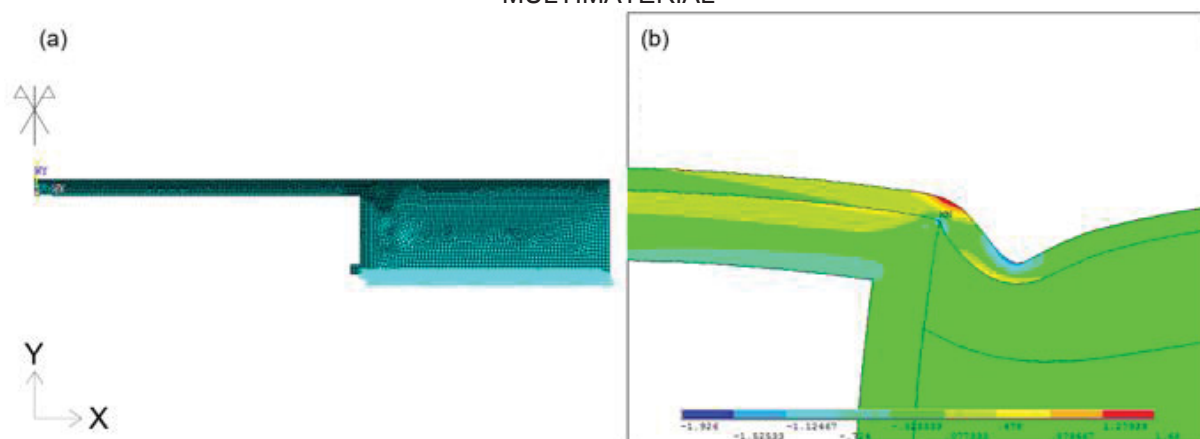
FIGURA 37 – DEFORMAÇÕES ε_z EM CORTE TRANSVERSAL DO MODELO 3D ($x = 7,0$ m)

FONTE: O Autor (2019).

Semelhantemente à análise das tensões, as deformações ε_z não são nulas, porém são de ordem bastante inferior à das deformações ε_x . Desse modo, o modelo em EPD, aparentemente, também seria admissível. A análise das tensões tangenciais, não incluída nesse texto para evitar redundância de informações, corrobora com a percepção da possibilidade de emprego, como aproximação, de ambos os modelos.

Desse modo, testaram-se as duas possibilidades na simulação em 2D. A FIGURA 38 mostra a malha inicial empregada e um detalhe das tensões ε_x nas proximidades da quina multimaterial. Em semelhança ao modelo 3D, os nós da base do solo tiveram todos os seus graus de liberdade restringidos, bem como foi aplicada a condição de simetria no eixo y.

FIGURA 38 – SIMULAÇÃO 2D: (a) MALHA INICIAL; (b) DETALHE DE S_x PRÓXIMO À QUINA MULTIMATERIAL

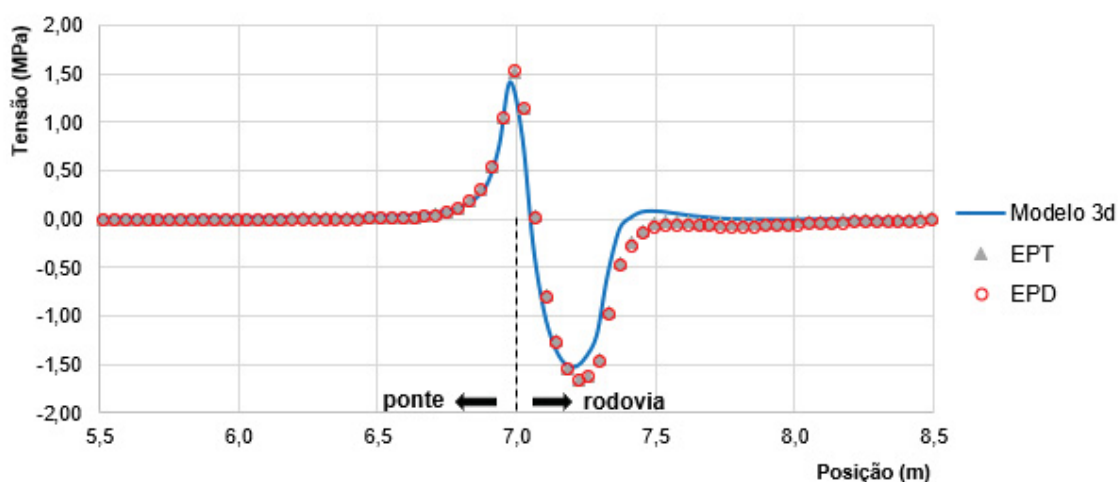


FONTE: O Autor (2019).

Uma das conclusões da análise do estado de tensões no modelo 3D foi de que a posição transversal da carga (em z) não foi importante para a caracterização das distribuições das tensões, uma vez que foi relativamente pequena a diferença das tensões para o conjunto dos seis primeiros casos em relação aos seis últimos casos. De qualquer modo, em uma primeira análise, buscou-se investigar a necessidade de considerar a influência do apoio do pilar do modelo tridimensional (FIGURAS 25 e 30-a), o que está descrito no Apêndice A (seção A.2). Essa análise concluiu pela não necessidade de consideração dessa influência, o que, conforme apontado no apêndice, implica a possibilidade de modelar as demais geometrias diretamente em duas dimensões.

Assim sendo, obtendo e plotando as tensões σ_x para a superfície do concreto asfáltico, obtiveram-se as curvas para o modelo em EPT e em EPD, as quais foram sobrepostas com a do modelo 3D, conforme o GRÁFICO 4.

GRÁFICO 4 – COMPARAÇÃO DAS TENSÕES σ_x NOS TRÊS MODELOS



FONTE: O Autor (2019).

Percebe-se que praticamente não houve distinção entre as curvas em EPT ou EPD, quase sobrepostas, exceto por uma leve diferença nos valores. Ambas aproximam razoavelmente bem o comportamento do modelo 3D para a linha de interesse neste estudo, estando as maiores diferenças no pico de tração, que é de aproximadamente 1,41 MPa no modelo 3D (uma diferença de 9,33%), mais conservador.

Em face da quase sobreposição das curvas em EPD ou EPT, entende-se que a decisão por um dos tipos não deve exercer muita influência para o problema em estudo. Qualquer dos modelos representa consideravelmente bem o comportamento das tensões na análise 3D. De qualquer modo, esta questão será retomada quando da obtenção dos FITs do problema (seção 6.1.1).

Concluído o estudo inicial em 2D, entende-se que esse modelo é válido para representação do problema tridimensional, estando apto para as próximas etapas de aprofundamento da análise.

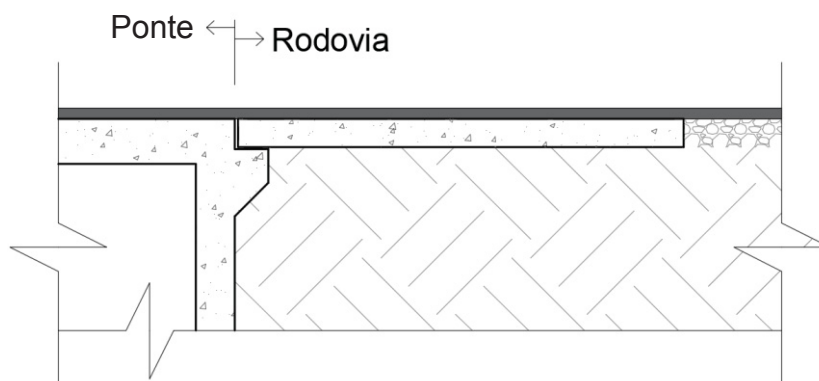
4.3 MODELAGEM DA GEOMETRIA COM LAJE DE TRANSIÇÃO

Tendo o estudo inicial da geometria 01 demonstrado a possibilidade de analisar as quinas da região de transição da OAE através de uma análise bidimensional, passa-se à modelagem de uma geometria com laje de transição, para fim de comparação.

4.3.1 Modelagem da geometria 02 (LTS)

Conforme opção registrada na seção 3.1.3, trabalhou-se a princípio a geometria 02 do QUADRO 2, reproduzida aqui na FIGURA 39. Trata-se de ponte com Laje de Transição Simples (LTS), com a camada de concreto asfáltico diretamente apoiada sobre esta.

FIGURA 39 – LAJE DE TRANSIÇÃO SIMPLES (LTS)



FONTE: O Autor (2019).

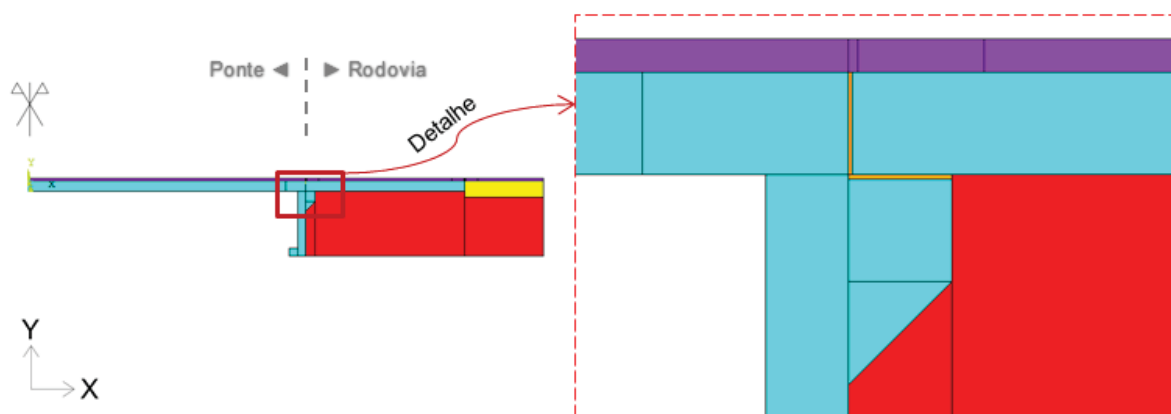
Percebe-se que enquanto, no modelo inicial, todas as interfaces entre os materiais foram consideradas, a efeito de simplificação, perfeitamente aderidas, empregar o mesmo critério na interface entre a laje de transição e o tabuleiro da ponte implicaria engastar a conexão. Embora todo o procedimento de modelagem seja similar ao da geometria 01, há, portanto, uma diferença importante a ser estudada para esta geometria: a definição de um critério para representação da rótula.

É comum se empregar, entre a laje de transição e a ponte, algum material de enchimento, podendo este ser produto asfáltico, poliestireno expandido (EPS), madeira, entre outros. Esse material é colocado apenas com funções construtivas e de vedação, não representando resistência efetiva aos deslocamentos da laje de

transição. Eventualmente, empregam-se pinos de aço entre o consolo e a laje, também com função apenas construtiva (FIGURA 12-a).

Desse modo, uma alternativa para representação da rótula seria a modelagem de um material de enchimento, entre a laje de transição e a ponte propriamente dita, com uma rigidez bastante baixa, portanto com pouca capacidade de transmissão dos esforços. A FIGURA 40 apresenta um primeiro lançamento da geometria no Ansys®, com destaque ao detalhe das proximidades do consolo, em que se utilizaram duas áreas, em laranja, correspondentes ao material de enchimento.

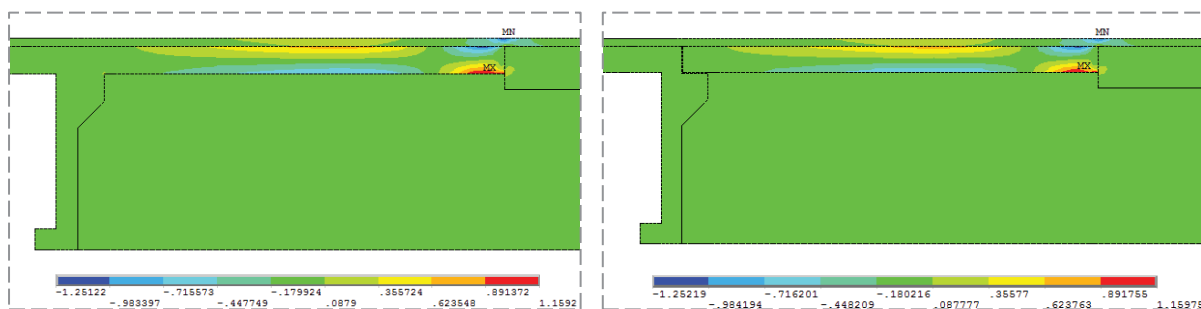
FIGURA 40 – LANÇAMENTO INICIAL DA GEOMETRIA



FONTE: O Autor (2019).

As condições de contorno aqui empregadas foram similares às da geometria 01. A diferença esteve na restrição apenas do deslocamento em y aos nós da base do solo, uma vez que se observou que a restrição também em x estava gerando valores importantes de tração em x na base da viga transversal da ponte. Em um estudo posterior de carregamento crítico, descrito em 4.4, essa restrição foi revisada na geometria 01 para igualar as condições de contorno globais das análises.

Em um segundo momento, às áreas em laranja na FIGURA 40 foi atribuído o concreto armado como material, de modo a representar uma ligação engastada, de modo que os resultados pudessem ser comparados a fim de caracterizar se o critério utilizado no modelo de fato representa uma rótula. Para maximizar o momento gerado na ligação, a carga foi aplicada na extremidade da projeção da laje de transição. Os resultados para as tensões σ_x para os dois casos então apresentados na FIGURA 41.

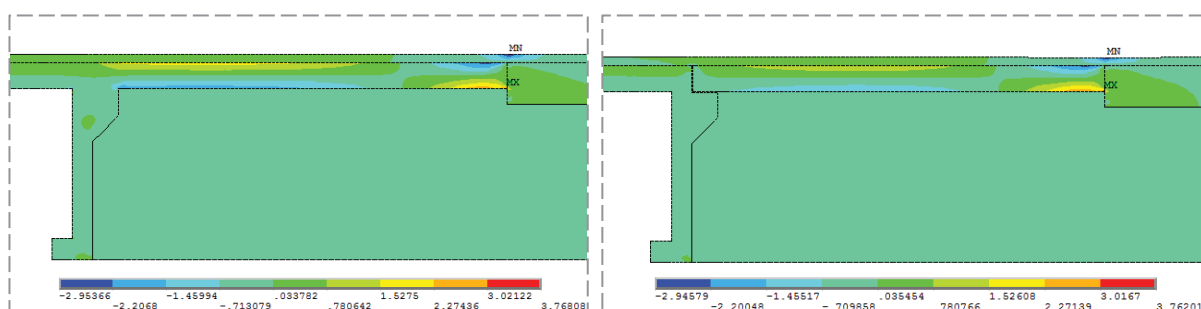
FIGURA 41 – TENSÕES σ_x PARA OS MODELOS (a) COM ENGASTE E (b) COM ENCHIMENTO

FONTE: O Autor (2019).

Percebe-se que há dificuldade em diferenciar com clareza, ao menos visualmente, os resultados de cada situação. Ocorre que, com o emprego de um solo de módulo de elasticidade de 150 MPa e para essa ordem de grandeza do carregamento, considerando ainda que a superfície superior do enchimento está no mesmo nível da superfície superior do solo, este acaba sendo rígido o suficiente para absorver boa parte da carga, transmitindo poucos esforços para o consolo. Ou seja, a contribuição do consolo ao apoio da laje tem sua influência diminuída pela atuação do solo.

Como o objetivo nesta etapa é avaliar a modelagem da rótula, a solução pela qual se optou, neste momento, foi em diminuir significativamente o módulo de elasticidade do solo, forçando assim a transmissão de carga à conexão entre laje de transição e ponte. Essa redução corresponderia, na prática, ao emprego de um solo de qualidade inferior ou a uma execução precária da compactação do aterro de acesso.

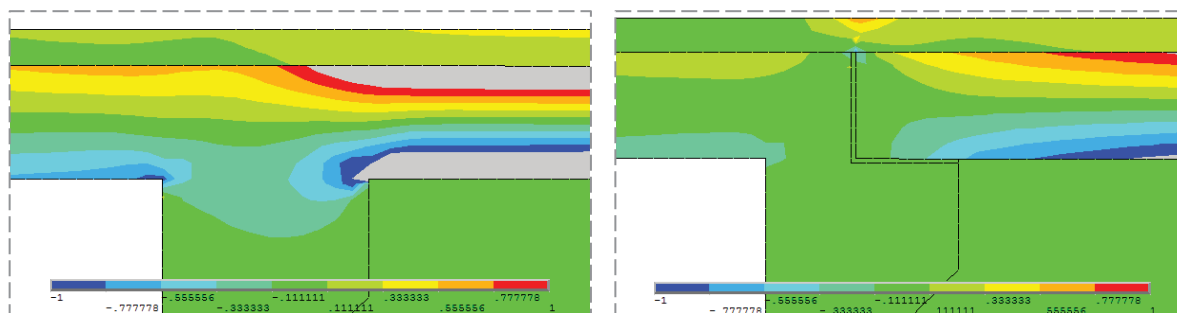
Empregando-se um módulo de elasticidade de 15 MPa para o solo (10% do valor anterior), os resultados para as mesmas situações descritas anteriormente podem ser observados na FIGURA 42.

FIGURA 42 – TENSÕES σ_x , COM SOLO DE MÓDULO REDUZIDO, PARA OS MODELOS (a) COM ENGASTE E (b) COM ENCHIMENTO

FONTE: O Autor (2019).

Reduzindo o intervalo da escala de tensões e aproximando a imagem da região do consolo, é possível perceber a diferença entre as distribuições das tensões em x nos dois casos. As áreas em cinza na FIGURA 43 correspondem aos nós em que as tensões excederam o intervalo da escala, definido entre -1,0 e 1,0 MPa.

FIGURA 43 – DETALHES DAS TENSÕES σ_x PARA OS MODELOS (a) COM ENGASTE E (b) COM ENCHIMENTO



FONTE: O Autor (2019).

Enquanto, na primeira situação, o concreto asfáltico pouco foi afetado, uma vez que as tensões de tração são quase que completamente absorvidas pelo concreto armado, observa-se, na segunda, que a transmissão da tração entre a laje de transição e a ponte foi praticamente eliminada, passando o concreto asfáltico a sofrer uma concentração de tensão.

Embora a eliminação ou pelo menos atenuação da transmissão da tração seja um dos objetivos na modelagem da rótula, percebe-se que a imagem da FIGURA 43-b ainda não se encontra realista. Isto porque a transmissão do esforço de compressão da laje de transição para o consolo praticamente não ocorre, estando esta ainda sob significativa influência do apoio do solo

Outra possibilidade de representação da rótula seria a modelagem considerando contato entre as superfícies da laje de transição e do concreto armado da ponte, o que no Ansys® pode ser feito de diversas maneiras. Com essa consideração, a transmissão dos esforços ocorre apenas na superfície de contato, avaliada a cada passo de cálculo.

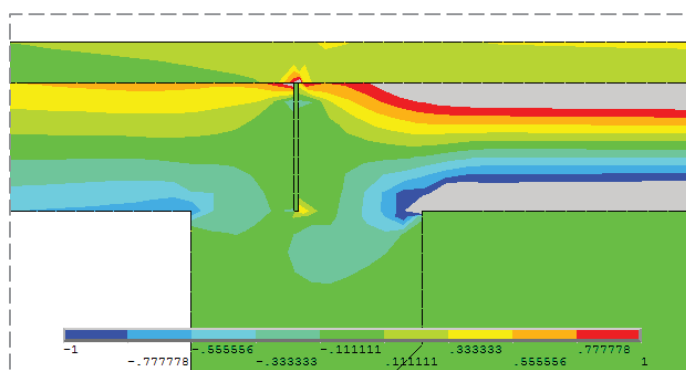
Não obstante, o emprego do contato traria graves implicações a esta análise. Em primeiro lugar, por demandar uma análise iterativa não linear, quando esta pesquisa se restringe à MFEL (portanto, à teoria da elasticidade linear). Em segundo lugar, por violar a consideração de perfeita aderência entre as superfícies dos

materiais, o que significa alterar as condições de contorno da interface, trazendo dificuldades adicionais ao estudo.

A adoção de um material de enchimento não traz essas dificuldades, podendo se estudar outras maneiras de empregá-lo diversas da apresentada na FIGURA 43. A modelagem com elementos de contato, contudo, será útil para comparação com a modelagem com o material de enchimento, visando verificar a validade desta última na representação da rótula.

Assim sendo, no teste da FIGURA 44, foi eliminado o enchimento horizontal entre laje e consolo.

FIGURA 44 – TENSÕES σ_x COM NOVA CONFIGURAÇÃO DE USO DO MATERIAL DE ENCHIMENTO



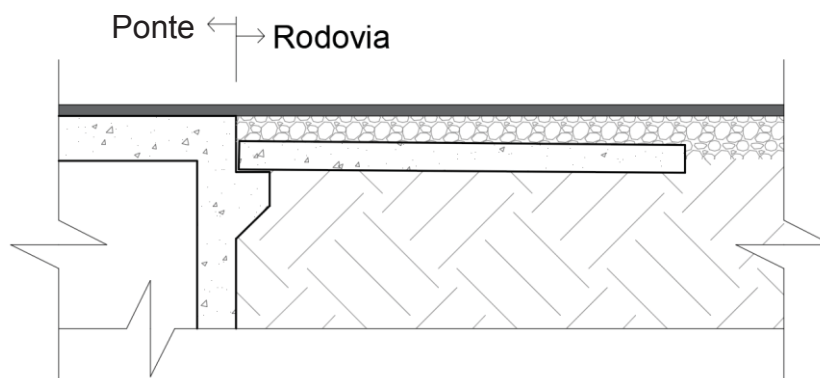
FONTE: O Autor (2019).

Este resultado é mais próximo do que era esperado, com a transmissão mais evidente dos esforços de compressão para o consolo e o esforço de tração no concreto asfáltico concentrando-se em sua fibra inferior. Portanto, representa melhor a conexão entre a laje de transição e a ponte, em relação à transmissão de esforços.

A intensidade da tração na fibra inferior do concreto asfáltico, contudo, permite ponderar a respeito de outro detalhe desta geometria. Uma vez que o momento gerado na laje tende a levantar o canto superior desta, há a tendência de que o concreto asfáltico também seja levantado, criando um ressalto positivo na camada de rolamento.

Exatamente por essa razão, o Manual de Construção de OAEs do DNER (1995), publicação de caráter normativo ainda não reeditada, recomenda que a face superior da laje de transição esteja enterrada pelo menos 30 cm. Essa recomendação corresponderia à geometria 03 do QUADRO 2, reproduzida na FIGURA 45, por conveniência.

FIGURA 45 – LAJE DE TRANSIÇÃO SIMPLES REBAIXADA (LTSR)



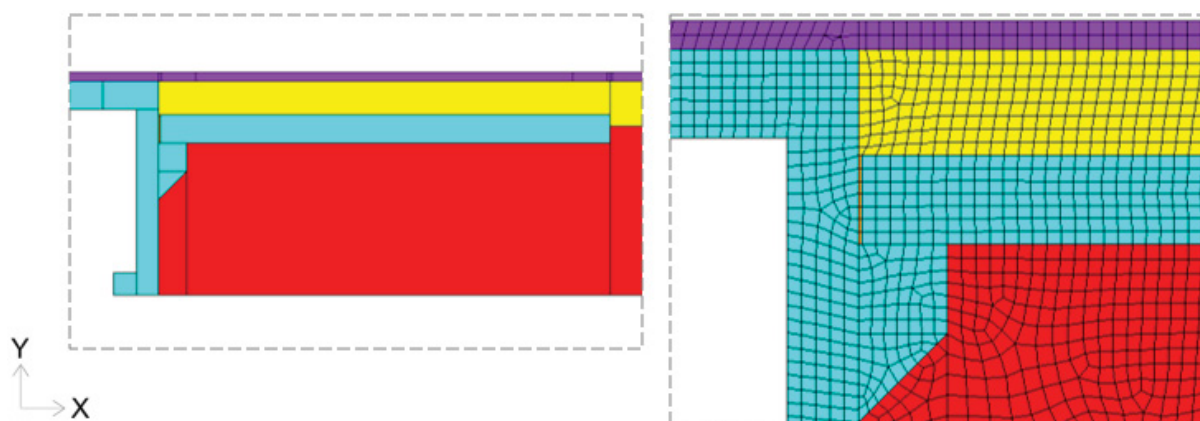
FONTE: O Autor (2019).

Desse modo, antes mesmo de se buscar simular a rótula com o uso do contato, optou-se por descartar a geometria 02. Uma vez que este trabalho objetiva analisar o problema de fissuração em quinas multimateriais para situações factíveis de obra, ainda que a configuração 02 se mostrasse mais simples à análise, passou-se a trabalhar com a geometria 03.

4.3.2 Modelagem da geometria 03 (LTSR)

Um primeiro lançamento da geometria 03, aqui designada de Laje de Transição Simples Rebaixada (LTSR), pode ser observado na FIGURA 46, utilizando o material de enchimento (em laranja) de maneira análoga ao que foi apresentado na FIGURA 44. A espessura da base de brita graduada entre a laje de transição e o revestimento em concreto asfáltico foi adotada em 30 cm, conforme DNER (1995).

FIGURA 46 – LANÇAMENTO INICIAL DA GEOMETRIA 03



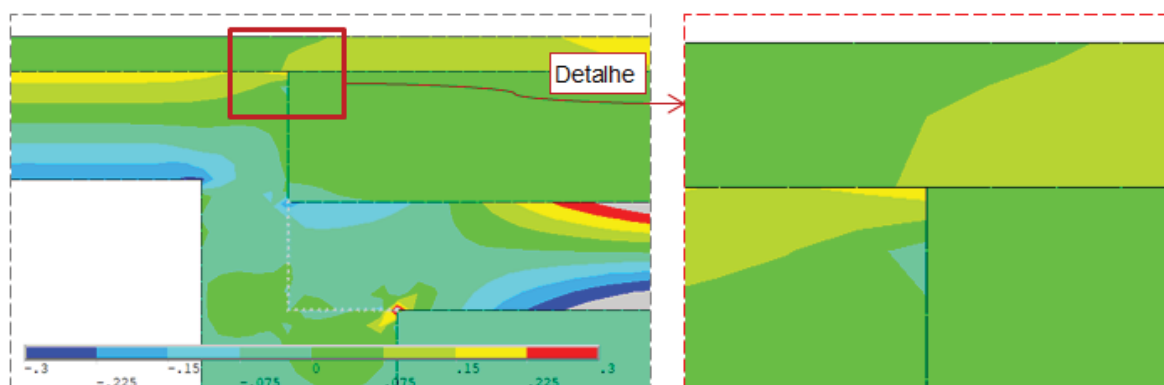
FONTE: O Autor (2019).

Na modelagem da geometria 02, já havia se percebido que o uso de um solo de menor rigidez pode ser mais interessante à análise. Entendendo que essa consideração pode ser pertinente não apenas para esta etapa, mas também para quando da obtenção dos FITGs das quinas, procurou-se definir um valor pequeno de módulo do solo, que ainda fosse representativo de situações de obra. Adotou-se, assim, o limite inferior do definido na norma IP-DE-P00/001 do DER/SP (2006) para um solo não laterítico, ou seja, 25 MPa. Esse valor pode representar, também, um solo de qualidade superior, mas que acabou constituindo uma camada de rigidez inferior à esperada em função de uma falha executiva, por exemplo, na compactação do material.

O módulo do material de enchimento foi adotado em 1,0 MPa. Para avaliar a eficácia de sua consideração na modelagem do problema, passou-se à análise da geometria com o emprego de contato. Para tanto, utilizou-se o método “ponto-a-superfície”, em que elementos nodais de contato são avaliados à penetração de uma superfície (em 2D, uma linha) definida por elementos alvo. No Ansys®, os elementos empregados para tanto foram, respectivamente, o CONTA175 e o TARGE169.

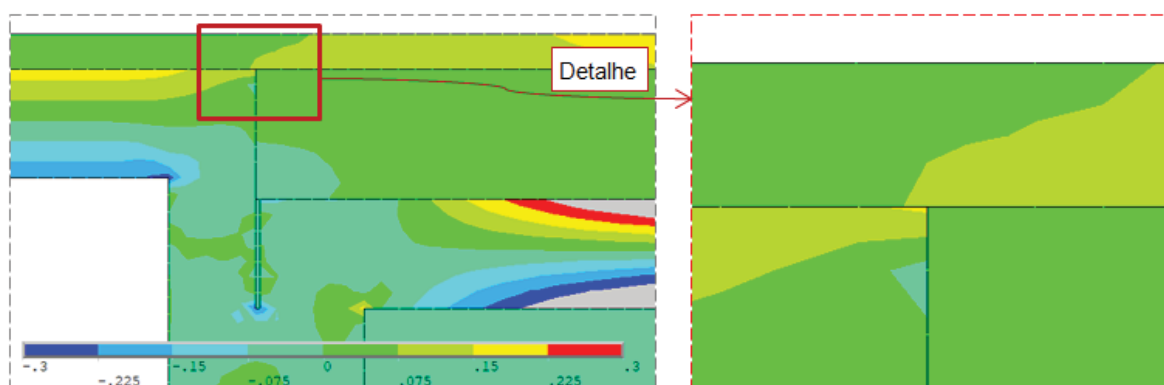
Embora esse método normalmente seja empregado em problemas em que o contato não está estabelecido no início do cálculo, mas ocorre em algum momento do processo iterativo, ele pode ser empregado no caso de contato inicial desde que se prepare o modelo com uma pequena penetração inicial das superfícies (neste trabalho, definida em 0,0001 mm). Antes de aplicação no problema em análise, esse método de cálculo foi testado em alguns problemas simples, dos quais se registra, no Apêndice A (seção A.3), uma simulação realizada para uma viga biapoiada.

Desse modo, o contato foi empregado segundo esse procedimento na geometria 03. Aplicando-se a carga da roda equivalente na extremidade da projeção da laje de transição, as tensões longitudinais σ_x próximas à quina se comportaram como apresentado na FIGURA 47, com a escala de cores indicando as tensões de -0,3 a 0,3 MPa.

FIGURA 47 – TENSÕES σ_x NA GEOMETRIA COM O USO DO CONTATO

FONTE: O Autor (2019).

Aplicando as mesmas condições de carregamento no modelo com o material de enchimento (FIGURA 46), observa-se o resultado expresso na FIGURA 48.

FIGURA 48 – TENSÕES σ_x COM O USO DO MATERIAL DE ENCHIMENTO

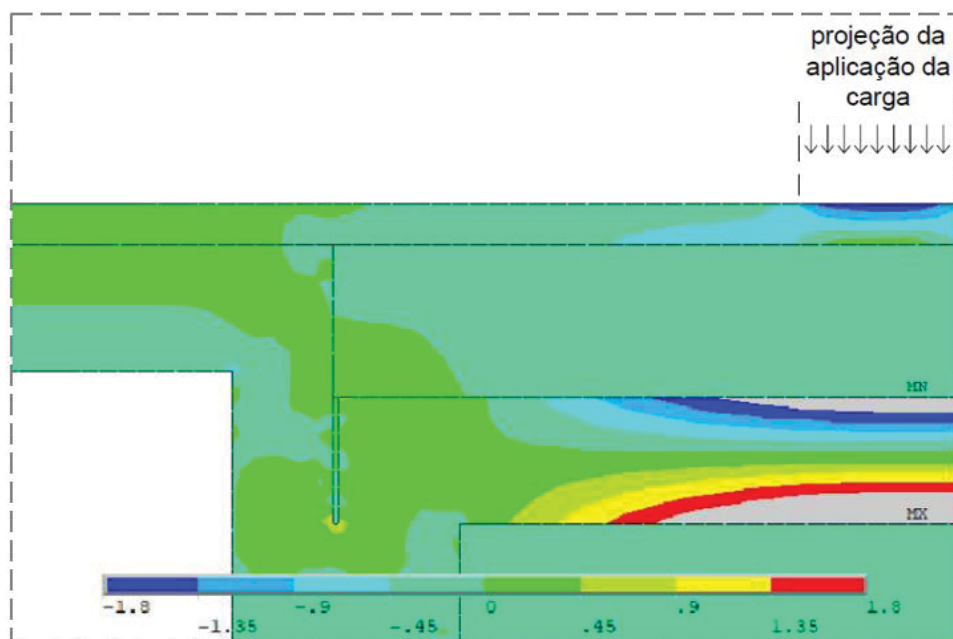
FONTE: O Autor (2019).

Percebe-se que o comportamento das tensões foi semelhante nas duas situações. Em ambos os casos, o canto superior esquerdo da laje de transição comprimiu a base de brita graduada e houve ocorrência de tração na quina multimaterial, porém em uma intensidade bem menor do que se percebia na geometria 02. Houve uma pequena variação nas tensões na interface entre o consolo e a laje de transição, devido à diferença do método de transmissão de esforços nessa interface, porém os detalhes mais próximos da quina entre concreto armado, concreto asfáltico e base mostram como essa variação mais distante não interferiu significativamente no ponto de real interesse do estudo.

Tomando-se a tensão σ_x para o concreto asfáltico no nó que marca a divisão entre os três materiais, o resultado para o modelo com contato foi de 0,1088 MPa, enquanto para o modelo com enchimento foi de 0,0997 MPa. Ou seja, diferença de 8,36%.

Há, no entanto, ainda algumas considerações a se fazer antes de se afirmar a adoção desse modelo com enchimento. Em testes com o carregamento em outras posições sobre a laje de transição, observou-se um comportamento entendido aceitável quando a carga estava relativamente distante da quina ou quando estava bastante próxima desta. Registra-se, na FIGURA 49, uma situação em que a carga está ainda relativamente próxima da quina, porém guardando alguma distância da projeção do consolo. A escala de cores indica tensões variando de $-1,8$ a $1,8$ MPa.

FIGURA 49 – TENSÕES σ_x COM CARREGAMENTO EM POSIÇÃO INTERMEDIÁRIA SOBRE A LAJE DE TRANSIÇÃO

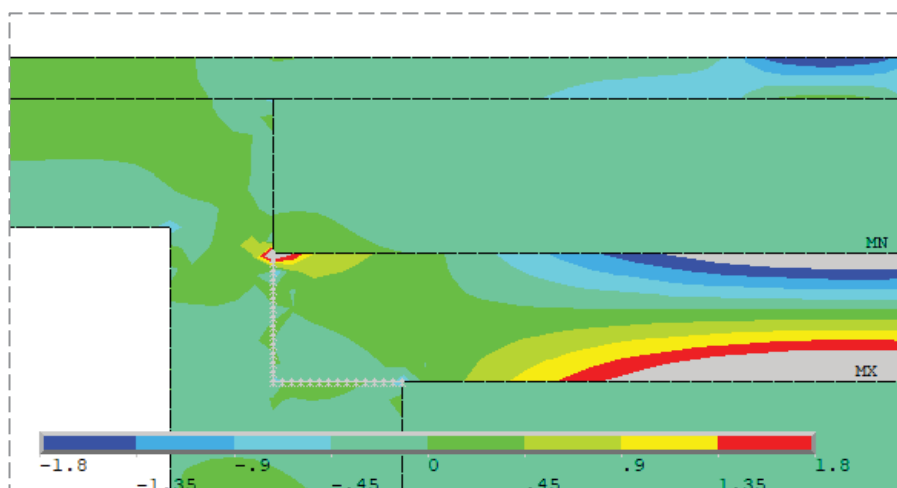


FONTE: O Autor (2019).

Percebe-se uma clara transmissão de tração da superfície superior da laje de transição para a base de brita graduada e desta para o concreto da ponte. Isto ocorre porque as superfícies estão consideradas como perfeitamente aderidas e porque foi tomado, para o módulo de elasticidade da brita, um único valor tanto à tração quanto à compressão, quando um material granular não coesivo não possui capacidade de suporte à tração direta.

Perceba-se, contudo, que essa questão não seria suprida pelo emprego do contato entre a laje de transição e o consolo, conforme se verifica na FIGURA 50, com a carga aplicada na mesma posição da FIGURA 49.

FIGURA 50 – TENSÕES σ_x COM O USO DO CONTATO



FONTE: O Autor (2019).

À medida que a carga se afasta da quina em direção à extremidade da laje de transição, a transmissão de tração do canto superior esquerdo da laje se transforma em compressão (FIGURA 48). Com a carga perto da quina, portanto também próxima ao consolo, essa transmissão de tração fica restrita a uma superfície bastante pequena, podendo ser desprezada.

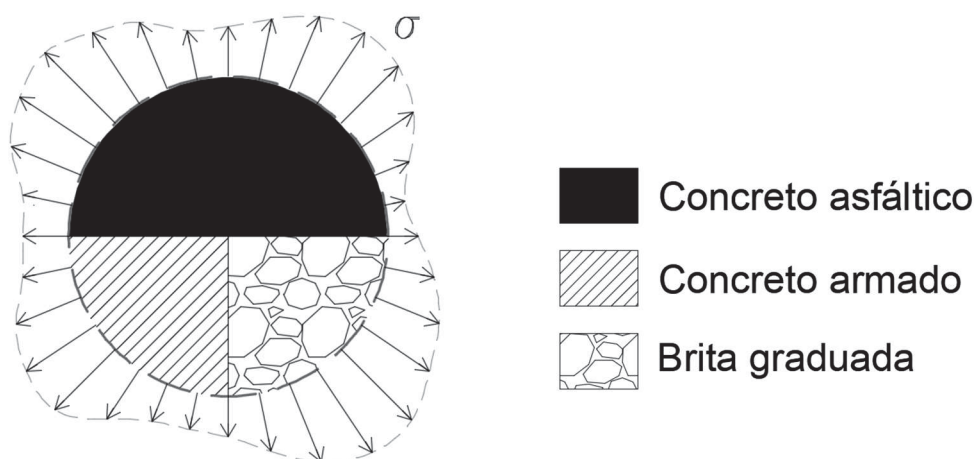
Desse modo, no caso de se realizar simulações com o carregamento próximo da posição das FIGURAS 49 e 50, é importante lembrar, na consideração dos resultados, que a representação do fluxo das cargas no consolo da ponte pode guardar divergências em relação ao fluxo real. Este é um efeito direto da consideração de superfícies entre materiais perfeitamente aderidas, estabelecida desde o princípio deste estudo como uma simplificação, tratando-se, portanto, de uma limitação da pesquisa.

Para um carregamento bastante próximo ou com uma distância suficiente da quina, contudo, não há grande prejuízo à análise. Faz-se importante, aqui, uma nova análise de posição crítica de carregamento para as duas geometrias.

4.4 NOVA ANÁLISE DE SITUAÇÃO CRÍTICA PARA AS GEOMETRIAS

Até este momento, a análise de tensões na região de transição da ponte teve um enfoque global, a fim de que se pudesse identificar e garantir um estado de tensões local coerente com as condições do problema. De toda a geometria, o estudo de quina multimaterial segundo os FITGs se dá de maneira bastante localizada no encontro do concreto asfáltico, concreto armado e base de brita graduada (FIGURA 51).

FIGURA 51 – QUINA MULTIMATERIAL LOCAL



FONTE: O Autor (2019).

Percebe-se que, localmente, a quina trimaterial das duas geometrias em estudo (01 e 03) possui a mesma configuração, diferindo apenas nas tensões solicitantes, as quais refletem a geometria global.

As análises conduzidas até aqui, contudo, mostraram um pico de tração mais significativo na fibra superior do concreto asfáltico do que na fibra inferior, que contém a quina trimaterial em si. Esse pico de tração na superfície reflete uma concentração de tensão que é efeito do apoio do revestimento asfáltico por materiais de diferentes módulos, mas não caracteriza, localmente, uma quina multimaterial, nem produz, pela teoria da elasticidade linear, uma singularidade de tensões.

Desse modo, ainda que este trabalho inicialmente buscasse obter apenas os FITGs das quinas multimateriais, entendeu-se importante, objetivando complementar a análise global da geometria, analisar a concentração de tensões também na fibra superior do concreto asfáltico. Pautado na MFEL, esse estudo pode ser feito com a

introdução de uma pequena fissura hipotética na fibra superior e calculando um FIT para esse problema.

Assim sendo, é necessário definir a posição crítica de carregamento das geometrias 01 e 03 para dois pontos de análise local: um na fibra superior do concreto asfáltico (a partir daqui, designada região A), cuja concentração de tensões será estudada com a obtenção de um FIT, e outro na fibra inferior, no encontro dos três materiais (região B), à qual serão obtidos os FITGs.

Para ambos os casos, buscou-se, portanto, a ocorrência de uma situação crítica de tração. Registra-se que, na análise da fibra inferior do concreto asfáltico, ou seja, da quina trimaterial em si, seria possível a obtenção dos FITGs à compressão, posto que a singularidade de tensões ocorre independentemente do sinal da tensão resultante. Não obstante, a ocorrência de fissuração está normalmente relacionada a esforços de tração, enquanto a fratura na compressão ocorre por mecanismos que a literatura ainda busca compreender com maior profundidade. A ausência de uma teoria bem estabelecida para explicar a falha à fratura na compressão é apontada em trabalho recente de Iskander e Shrive (2018), os quais revisam algumas tentativas de análise do problema ao longo dos anos e, na sequência, realizam uma investigação própria utilizando o MEF e experiências em laboratório. Outro estudo recente que aborda essa questão pode ser lido em Luo e Liu (2018).

A ocorrência de tração na quina trimaterial, conforme já observado nas análises anteriores, é mais acentuada nas simulações com solo de rigidez reduzida. Desse modo, a análise de posição crítica considerou tanto o solo inicialmente escolhido (módulo de 150 MPa) quanto o solo de módulo de 25 MPa.

Todo esse estudo de posição crítica de carregamento, portanto, para as geometrias 01 e 03, com os dois solos considerados e buscando picos de tração na fibra superior e inferior do concreto asfáltico, foi realizado e está apresentado ao final deste trabalho, no Apêndice B. Tratando-se de uma análise longa e de caráter complementar, registram-se no corpo deste trabalho apenas os resultados finais, conforme QUADRO 3. Nenhuma das situações críticas para a geometria 03 recaíram na situação das FIGURAS 49 e 50.

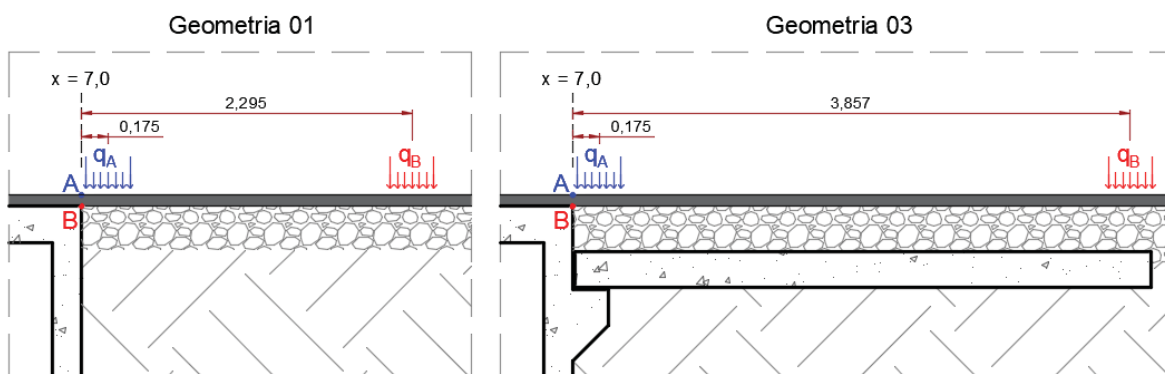
QUADRO 3 – RESULTADOS DA ANÁLISE DE POSIÇÃO CRÍTICA À TRAÇÃO

Geometria	Região de análise	Posição crítica conforme Apêndice B
01	A. Fibra superior do CA	Caso 00 (centro da aplicação da carga em $x = 7,175$ m), solo de 25 MPa
	B. Fibra inferior do CA	Caso 10 (centro da aplicação da carga em $x = 9,295$ m), solo de 25 MPa
03	A. Fibra superior do CA	Caso 00 (centro da aplicação da carga em $x = 7,175$ m), solo de 25 MPa
	B. Fibra inferior do CA	Caso 13 (aplicação da carga na ponta da laje de transição), solo de 25 MPa

FONTE: O Autor (2019).

São, portanto, quatro as situações para extração dos parâmetros da MFEL no capítulo 6, em consequência da combinação de duas regiões de análise, A (FIT) e B (FITGs), com duas geometrias (01 e 03), conforme o QUADRO 3 e conforme ilustra também a FIGURA 52.

FIGURA 52 – SITUAÇÕES DE ANÁLISE PARA A EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS DA MFEL (COTAS EM METROS)



FONTE: O Autor (2019).

4.5 SUMÁRIO DE CONCLUSÕES DA ANÁLISE INICIAL EM ELEMENTOS FINITOS

Neste capítulo, foi estudada a modelagem global das geometrias de interesse em elementos finitos. Inicialmente, a geometria 01, a mais simples dentre as selecionadas, foi modelada em três dimensões e o estado de tensões próximo à quina multimaterial foi analisado para doze aplicações de um carregamento tipo, definido

como a aplicação de um eixo simples de rodas equivalentes ao eixo padrão. Dessa análise, observou-se que:

- a) as tensões σ_x foram mais significativas do que as componentes nas demais direções normais;
- b) o afastamento lateral da aplicação da carga (ou seja, a posição em z) não se mostrou tão importante;
- c) a situação crítica foi o então definido caso 01, com o centro de aplicação da roda equivalente a 0,175 m da projeção da quina, para o lado da rodovia.

Após a validação do modelo 3D, passou-se ao estudo da simplificação do problema a uma análise 2D, com base na simulação do caso 01. Dessa análise, observou-se que:

- a) tanto um modelo em EPD quanto um em EPT aproximaram razoavelmente bem o comportamento percebido na análise 3D;
- b) seguindo os critérios de modelagem expostos, é possível estudar as geometrias de interesse diretamente em duas dimensões.

Buscando aplicar os mesmos critérios, na sequência, à modelagem de uma geometria com laje de transição, observou-se que:

- a) a geometria 02 (LTS) não seria conveniente à análise, uma vez que não é recomendada pela possibilidade de gerar um ressalto positivo no revestimento asfáltico;
- b) na busca por um critério à modelagem da rótula, o emprego de elementos finitos de contato implicaria a execução de uma análise geométrica não linear, portanto não se aplicando à MFEL, e modificaria as condições de contorno nas interfaces (às quais, desde o início da pesquisa, foi adotada a premissa de perfeita aderência entre os materiais);
- c) a modelagem empregando um material de enchimento fictício, na forma como apresentada na seção 4.3, apresentou resultados satisfatórios, tendo por referência um modelo com consideração de contato;
- d) ao empregar esse tipo de modelagem, é necessário, contudo, atenção com alguns casos de carregamento que geram transmissão significativa de tração da base de brita graduada para a ponte em concreto armado.

Definidos os critérios de modelagem global das geometrias de interesse, estas foram submetidas a uma análise de posição crítica do carregamento, visando a definir as situações a que as quinas serão simuladas para obtenção dos FITs, para a concentração de tensão na fibra superior do concreto asfáltico (região A), e dos FITGs, para o encontro dos três materiais na fibra inferior do concreto asfáltico (região B). Os resultados foram apresentados no QUADRO 3 da seção anterior.

Assim, o objetivo dessa etapa da pesquisa foi cumprido ao se definir critérios à modelagem das geometrias em elementos finitos, passíveis de serem aplicados em outras configurações além das duas geometrias aqui selecionadas. Para estas, com as situações de carregamento para análise definidas, a malha global é, no capítulo 6, refinada localmente para extração dos FITs e dos FITGs.

Para obtenção destes últimos, contudo, faz-se necessária a avaliação dos expoentes característicos das quinas, pelo que se apresenta, na sequência, o desenvolvimento do programa para cálculo desses valores.

5 PROGRAMAÇÃO PARA CÁLCULO DOS EXPOENTES CARACTERÍSTICOS

O presente capítulo narra o desenvolvimento do programa para cálculo dos expoentes característicos ou autovalores λ_k , com os quais se conhece também a ordem de singularidade do problema ($\delta = 1 - \lambda$). A linguagem de programação escolhida para tanto foi o Python (versão 2.7.14), cujo código-fonte, livre e aberto, encontra-se disponível no *site* da organização que gerencia seu desenvolvimento, a *Python Software Foundation* (2019). A linguagem se destaca pela simplicidade, permitindo sua escrita e leitura de maneira intuitiva pelo programador, e pela flexibilidade, atendendo às mais diversas finalidades de programação. Tais vantagens são apontadas pelo portal *online* da revista *The Economist* ao afirmar, em artigo recente (2018), que o Python “está se tornando a linguagem de programação mais popular do mundo” (tradução minha).

Quanto ao algoritmo a ser implementado, foram vários os autores que se dedicaram a calcular a ordem de singularidade (consequentemente, o expoente característico) de diversos problemas na segunda metade do século XX. Conforme descrito na seção 2.2.2, Dempsey e Sinclair (1979) destacam três métodos principais utilizados à época: empregando as funções de Airy na forma de Williams (1952), mediante o uso de potências complexas e mediante o uso da chamada Transformada de Mellin.

Alguns trabalhos se propuseram a estabelecer formulações bastante generalistas, como o próprio estudo de Dempsey e Sinclair (1979), a fim de oferecer uma solução a um conjunto de problemas o mais abrangente possível. À medida que o conhecimento da área avançava, novos desafios eram incorporados e vários trabalhos, como os de Delale (1984), Ting (1996, apud Barroso, 2007) e Barroso, Mantić e París (2003), dedicaram-se a estudar singularidades em quinas envolvendo também materiais anisotrópicos.

É nesse contexto que Barroso (2007) desenvolveu um programa bastante completo para o cálculo dos expoentes e funções características de quinas multimateriais, admitindo materiais isotrópicos e ortotrópicos, diferentes condições de contorno e um número ilimitado de materiais concorrendo na quina. Para consideração de anisotropia, ele empregou o formalismo de Stroh (1958, apud Barroso, 2007). Para trabalhar com vários materiais, ele ainda utilizou o conceito de

matriz de transferência, introduzido por Ting (1997, apud Barroso, 2007), de modo a conseguir avaliar as equações características a partir de matrizes de ordem reduzida.

Não obstante, embora formulações abrangentes sejam fundamentais para compreensão do problema e permitam a solução de uma grande variedade de situações, não há necessidade de implementá-las quando se intenciona resolver apenas um problema específico, ao qual se possa encontrar uma solução particularizada. Assim, embora o estudo de Barroso (2007) seja uma referência bastante importante a esta pesquisa, e que será bastante útil na etapa de obtenção dos FITGs propriamente ditos, a implementação do programa para cálculo dos expoentes característicos seguirá um caminho diferente do adotado naquele trabalho. Objetiva-se, aqui, mostrar uma sequência mais simples de implementação de solução, buscando respostas particulares existentes para quinas como as das geometrias em análise, ou seja, quinas fechadas, de até três materiais isotrópicos e com todas as superfícies perfeitamente aderidas.

Embora a maioria dos problemas de engenharia provavelmente não corresponda exatamente a essa situação, essas condições podem ser empregadas, para alguns objetivos de análise, como uma simplificação do problema original, como se faz no presente trabalho. Desse modo, apenas essa situação particular já permite analisar diversos problemas de quinas.

Antes de expor os trabalhos que contêm as soluções particulares escolhidas, contudo, é preciso afirmar, desde já, a necessidade de cuidado nos métodos numéricos empregados para levantar as raízes das equações características. Vasilopoulos (1988) apresentou uma grande contribuição ao estudar as raízes das equações de Williams (1952), determinando sua natureza e os intervalos em que ocorriam, informações bastante úteis em métodos iterativos. Tais informações sobre o comportamento das raízes nem sempre estão disponíveis em casos de quinas multimateriais, ainda que seja possível investigá-las matematicamente.

Assim, antes de resolver as quinas, estudou-se a resolução do problema de Williams (1952), segundo Vasilopoulos (1988), permitindo calibrar a implementação dos métodos numéricos empregados.

5.1 IMPLEMENTAÇÃO DE WILLIAMS (1952) CONFORME VASILOPOULOS (1988)

Para raízes sabidamente reais, utilizou-se, como método numérico, principalmente o conhecido método da bissecção. Para raízes imaginárias, seguindo a opção de Barroso (2007), empregou-se o método de Muller (1956). De maneira bastante resumida, este último método calcula as raízes de uma equação algébrica genérica, de coeficientes complexos, realizando sucessivas iterações que buscam a raiz mais próxima de uma curva quadrática que passa pelos três últimos pontos, sendo esta gerada a partir da fórmula de interpolação de Lagrange.

Desse modo, o método de Muller permite obter raízes imaginárias mesmo utilizando valores iniciais reais, constituindo uma ferramenta poderosa especialmente quando não se conhece previamente a natureza das raízes. Além disso, não apresenta o inconveniente, do método da bissecção, de falhar quando a função em análise apresenta o mesmo sinal para os dois limites do intervalo em alguma das iterações. Também não necessita avaliar derivadas da função em análise durante o processo, como ocorre em alguns métodos.

Retomando o problema de Williams (1952), foram estudados entalhes de ângulo sólido α , sob três condições de contorno das arestas dos entalhes: livre-livre, fixo-fixo e fixo-livre. As equações características por ele obtidas para essas três condições estão apresentadas respectivamente nas equações 5.1, 5.2 e 5.3:

$$\operatorname{sen} z = \pm \frac{z \operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \quad 5.1$$

$$\operatorname{sen} z = \pm \frac{z \operatorname{sen} \alpha}{(3 - 4\sigma)\alpha} \quad 5.2$$

$$\operatorname{sen}^2 z = \left[\frac{4(1 - \sigma)^2}{3 - 4\sigma} \right] - \left[\frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{(3 - 4\sigma)\alpha^2} \right] \quad 5.3$$

em que $z = \lambda\alpha$ e $\sigma = \nu/(1 - \nu)$ para EPT.

Do trabalho de Vasilopoulos (1988), sabe-se, por exemplo, que a menor raiz da equação 5.1 será real para ângulos sólidos maiores que $146,31^\circ$ e imaginária para ângulos menores. Implementando a resolução dessa equação com esse ângulo como divisor entre os métodos da bissecção ou de Muller, adotando-se uma tolerância de

10^{-5} , compararam-se alguns resultados obtidos com aqueles constantes de Vasilopoulos (1988), conforme TABELA 6.

TABELA 6 – MENOR λ POSITIVO PARA A CONDIÇÃO LIVRE – LIVRE

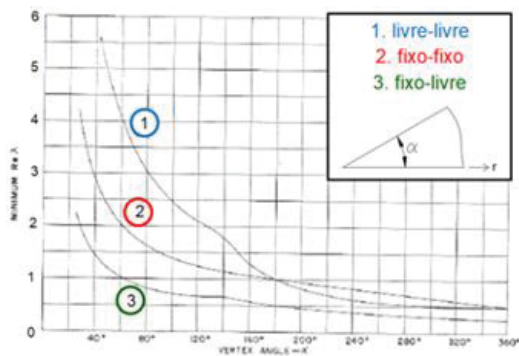
α	Vasilopoulos (1988)	Obtido
50°	$4,85736 \pm 2,416840i$	$4,85736 \pm 2,416840i$
130°	$1,94902 \pm 0,44636i$	$1,94902 \pm 0,44636i$
170°	1,12510	1,12510
250°	0,58628	0,58628

FONTE: O Autor (2019).

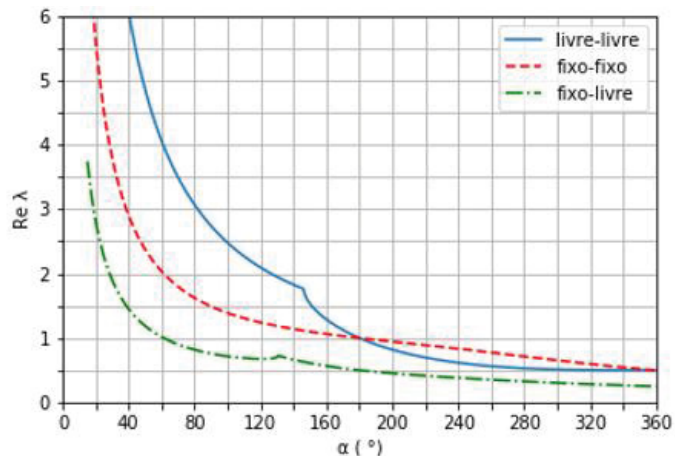
Implementando as equações características das demais condições de contorno e buscando observar a eficiência da implementação, buscou-se reproduzir o gráfico de Williams (1952) que continha a menor raiz real positiva das três equações ao longo de uma grande amplitude de α , para $\nu = 0,3$. Esse gráfico está reproduzido na FIGURA 8 deste trabalho e é recuperado na FIGURA 53-a, enquanto a FIGURA 50-b apresenta, para efeito de comparação, as curvas geradas através da implementação em Python.

FIGURA 53 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DE λ (PARTE REAL) COM WILLIAMS (1952)

(a) Referência



(b) Resposta obtida após implementação em Python



FONTE: WILLIAMS (1952)

Durante essa implementação, percebeu-se aquele que talvez seja o principal inconveniente do método de Muller. Uma vez que as iterações por vezes obtêm raízes fora do intervalo do passo anterior, definido por três pontos, o método por vezes converge para outra raiz que não a desejada, seja uma raiz acima ou o próprio zero.

Desse modo, para gerar a FIGURA 53-b, implementou-se um *loop* para ajustar o intervalo inicial do processo iterativo até que este fornecesse a raiz desejada.

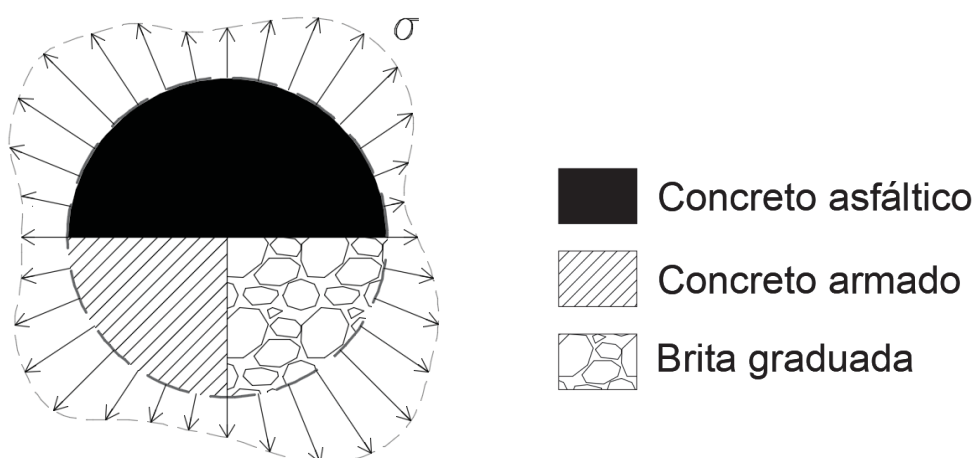
Para alguns ângulos das condições de contorno fixo-fixo e fixo-livre, utilizou-se o método de Muller mesmo sabendo que as raízes seriam reais, pois se mostrou mais prático que ajustar os intervalos do método da bissecção (a curva para a condição fixo-fixo é constituída apenas de raízes reais, enquanto, para a fixo-livre, as raízes reais estão antes do ponto de inflexão). De modo geral, as curvas obtidas coincidiram com os resultados de Williams (1952), exceto por pontos de inflexão pronunciados quando da transição de natureza das raízes, o que, porém, confere com Vasilopoulos (1988) (FIGURA 9).

Passa-se, na sequência, a tratar propriamente do programa para cálculo dos expoentes característicos, objetivando apresentar soluções suficientes a geometrias como a das quinas em análise, ou seja, quinas fechadas, de até três materiais isotrópicos e com todas as superfícies perfeitamente aderidas.

5.2 SOLUÇÕES PARTICULARES PARA OS EXPOENTES CARACTERÍSTICOS DAS QUINAS

Localmente, as quinas das duas geometrias em análise (01 e 03) são idênticas, conforme reapresentado na FIGURA 54.

FIGURA 54 – QUINA TRIMATERIAL LOCAL



FONTE: O Autor (2019).

Embora uma quina trimaterial, caso o leitor deseje uma solução direta para um caso de quina bimaterial, apresenta-se aqui, inicialmente, o trabalho de Dempsey

e Sinclair (1981). Esse estudo é importante porque apresenta as soluções particulares para uma lista quase exaustiva das condições de contorno possíveis de se encontrar nas faces e na interface de uma quina bimaterial.

O trabalho de Dempsey e Sinclair (1981) particulariza o estudo generalista anterior dos mesmos autores (1979), que resolveu o problema pelo método de Williams (1952), buscando estendê-lo a formas de singularidade mais amplas do que as que o método atendia. Em especial, a singularidade logarítmica que alguns estudos anteriores haviam demonstrado, usando a transformada de Mellin, ser possível ocorrer em alguns casos.

A solução de Williams (1952), já apresentada neste estudo, leva a um sistema de equação $Bc = 0$, em que $B(\lambda)$ é a matriz dos coeficientes e 0 é um vetor nulo, apenas existindo solução não trivial para os valores de λ que fazem com que $\mathcal{D} = 0$, sendo \mathcal{D} o determinante da matriz B . Dempsey e Sinclair (1979) demonstraram haver condições para tensões logarítmicas quando B , sendo uma matriz 4×4 , possui posto m menor do que 4, porém atende à condição:

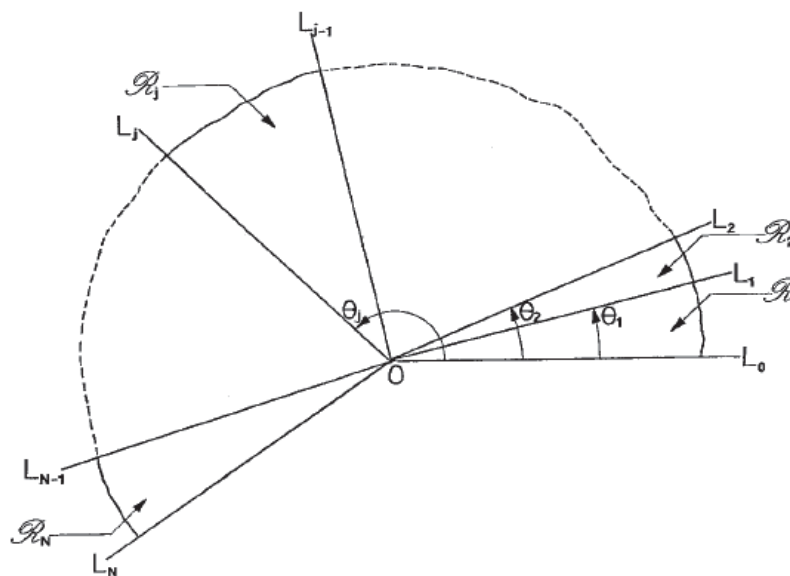
$$\frac{d^{4-m} \mathcal{D}}{d\lambda^{4-m}} = 0 \quad 5.4$$

Considerando também a ocorrência de autovalores complexos da forma $\lambda = \xi + i\eta$, Dempsey e Sinclair (1979) apontam, em consonância a Bogy e Wang (1971), que as tensões singulares do problema podem apresentar diferentes ordens conforme a expressão 5.5. Importante registrar que Dempsey e Sinclair (1979) não pretendem ser exaustivos na apresentação dessas classes de singularidades de tensão, afirmando que, se considerados valores de $Re \lambda > 1$, ou em alguns outros casos por eles discutidos, outras formas de singularidade são possíveis.

$$\sigma = \begin{cases} O(r^{-\lambda}) \text{ para } \lambda \text{ real satisfazendo } \mathcal{D} = 0 \\ O\left(r^{-\xi} \begin{Bmatrix} \text{sen}(\eta \ln r) \\ \text{cos}(\eta \ln r) \end{Bmatrix}\right) \text{ para } \lambda = \xi + i\eta, \text{ satisfazendo } \mathcal{D} = 0 \\ O(r^{-\lambda} \ln r) \text{ para } \lambda \text{ real satisfazendo 5.4} \\ O\left(r^{-\xi} \ln r \begin{Bmatrix} \text{sen}(\eta \ln r) \\ \text{cos}(\eta \ln r) \end{Bmatrix}\right) \text{ para } \lambda = \xi + i\eta, \text{ satisfazendo 5.4} \end{cases} \quad 5.5$$

Esses princípios foram então aplicados a um “entalhe multimaterial” (ou uma quina aberta) conforme FIGURA 55. Dempsey e Sinclair (1979) também consideraram o caso de as duas faces externas coincidirem e constituírem uma interface, caracterizando uma quina fechada.

FIGURA 55 – ENTALHE MULTIMATERIAL



FONTE: DEMPSEY e SINCLAIR (1979).

A solução do problema leva a um determinante de ordem $4N$, sendo N o número de materiais, ao qual Dempsey e Sinclair (1979) afirmaram que a expansão e simplificação é uma considerável tarefa algébrica. Eles ainda observaram a dificuldade numérica de se trabalhar com os vários parâmetros dos materiais de que depende a solução (para dois materiais, seriam até cinco parâmetros, para três materiais, oito, e assim por diante).

É nesse contexto que a particularização para quinas bimateriais em Dempsey e Sinclair (1981) se mostra bastante útil. As soluções são apresentadas diretamente na forma das equações características dos problemas, bastando implementá-las com o uso de um método numérico apropriado para a resolução das raízes. As equações são expressas em função dos parâmetros de Dundurs (1969), quando possível, que reduzem o número dos parâmetros necessários para a escrita da expressão.

As condições de contorno trabalhadas por Dempsey e Sinclair (1981) estão expressas no QUADRO 4. σ_{ij} e u_i indicam tensões e deslocamentos, respectivamente, e f_j indica um coeficiente de fricção.

QUADRO 4 – CONDIÇÕES DE CONTORNO

Condições na interface			Condições nas faces	
Caso	Quantidades combinadas	Quantidades prescritas	Caso	Quantidades prescritas
A	$\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{r\theta}, u_r, u_\theta$	—	1	$\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{r\theta} = 0$
B	$\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{r\theta}, u_\theta$	$\sigma_{r\theta} - f_1 \sigma_{\theta\theta} = 0$	2	$\sigma_{\theta\theta} = 0, u_r = 0$
C	$\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{r\theta}, u_r$	$\sigma_{\theta\theta} = 0$	3	$u_r = u_\theta = 0$
			4	$u_\theta = 0, \sigma_{r\theta} - f_j \sigma_{\theta\theta} = 0$

FONTE: DEMPSEY e SINCLAIR (1981).

Segundo essa notação, uma condição 1-A-1, por exemplo, representa uma quina aberta, com ambas as faces livres e a interface entre os materiais perfeitamente aderida. Calculando os determinantes para as várias combinações de condições de contorno de faces e interfaces consideradas, Dempsey e Sinclair (1981) apresentaram 32 equações características dos problemas. A situação de quina fechada com interfaces perfeitamente aderidas corresponde à notação A-A.

Para quinas trimateriais, no entanto, Dempsey e Sinclair não particularizaram sua solução geral. A solução particular para esse caso foi encontrada em Pageau, Joseph e Biggers (1994).

Nesse trabalho, os autores particularizaram a solução geral em potências complexas para N materiais de Theocaris (1974), para quatro situações específicas: quinas bimateriais fechadas com interfaces perfeitamente aderidas, quinas bimateriais abertas com interface perfeitamente aderida e faces externas fixas, quinas trimateriais abertas com interfaces perfeitamente aderidas e faces externas livres e quinas trimateriais fechadas com interfaces perfeitamente aderidas. Estas últimas correspondem ao problema em estudo nesta pesquisa (conforme FIGURA 54), portanto este trabalho apresentará apenas essa situação.

Assim como as soluções que empregam o método de Williams (1952), como a de Dempsey e Sinclair (1979), a solução em potências complexas de Theocaris leva a um sistema de $4N$ equações, que exprimem as tensões e os deslocamentos do problema, sendo N o número de materiais. Para as características da quina em estudo, Pageau, Joseph e Biggers (1994) apresentam um sistema de equações na forma de 5.6 (com a notação adaptada à empregada neste trabalho):

$$\begin{aligned}
G_2[\kappa_1 a_{11} e^{2i\lambda\theta_1} - \lambda \bar{a}_{21} e^{2i\theta_1} - \bar{b}_{21}] &= G_1[\kappa_2 a_{12} e^{2i\lambda\theta_1} - \lambda \bar{a}_{22} e^{2i\theta_1} - \bar{b}_{22}] \\
[a_{11} e^{2i\lambda\theta_1} + \lambda \bar{a}_{21} e^{2i\theta_1} + \bar{b}_{21}] &= [a_{12} e^{2i\lambda\theta_1} + \lambda \bar{a}_{22} e^{2i\theta_1} + \bar{b}_{22}] \\
G_2[\kappa_1 \bar{a}_{21} e^{-2i\lambda\theta_1} - \lambda a_{11} e^{-2i\theta_1} - b_{11}] &= G_1[\kappa_2 \bar{a}_{22} e^{-2i\lambda\theta_1} - \lambda a_{12} e^{-2i\theta_1} - b_{12}] \\
[\bar{a}_{21} e^{-2i\lambda\theta_1} + \lambda a_{11} e^{-2i\theta_1} + b_{11}] &= [\bar{a}_{22} e^{-2i\lambda\theta_1} + \lambda a_{12} e^{-2i\theta_1} + b_{12}] \\
G_3[\kappa_2 a_{12} e^{2i\lambda\theta_2} - \lambda \bar{a}_{22} e^{2i\theta_2} - \bar{b}_{22}] &= G_2[\kappa_3 a_{13} e^{2i\lambda\theta_2} - \lambda \bar{a}_{23} e^{2i\theta_2} - \bar{b}_{23}] \\
[a_{12} e^{2i\lambda\theta_2} + \lambda \bar{a}_{22} e^{2i\theta_2} + \bar{b}_{22}] &= [a_{13} e^{2i\lambda\theta_2} + \lambda \bar{a}_{23} e^{2i\theta_2} + \bar{b}_{23}] \\
G_3[\kappa_2 \bar{a}_{22} e^{-2i\lambda\theta_2} - \lambda a_{12} e^{-2i\theta_2} - b_{12}] &= G_2[\kappa_3 \bar{a}_{23} e^{-2i\lambda\theta_2} - \lambda a_{13} e^{-2i\theta_2} - b_{13}] \\
[\bar{a}_{22} e^{-2i\lambda\theta_2} + \lambda a_{12} e^{-2i\theta_2} + b_{12}] &= [\bar{a}_{23} e^{-2i\lambda\theta_2} + \lambda a_{13} e^{-2i\theta_2} + b_{13}] \\
G_3[\kappa_1 a_{11} - \lambda \bar{a}_{21} - \bar{b}_{21}] &= G_1[\kappa_3 a_{13} e^{i\lambda\theta_3} - \lambda \bar{a}_{23} e^{i(2-\lambda)\theta_3} - \bar{b}_{23} e^{-i\lambda\theta_3}] \\
[a_{11} + \lambda \bar{a}_{21} + \bar{b}_{21}] &= [a_{13} e^{i\lambda\theta_3} + \lambda \bar{a}_{23} e^{i(2-\lambda)\theta_3} + \bar{b}_{23} e^{-i\lambda\theta_3}] \\
G_3[\kappa_1 \bar{a}_{21} - \lambda a_{11} - b_{11}] &= G_1[\kappa_3 \bar{a}_{23} e^{-i\lambda\theta_3} - \lambda a_{13} e^{-i(2-\lambda)\theta_3} - b_{13} e^{i\lambda\theta_3}] \\
[\bar{a}_{21} + \lambda a_{11} + b_{11}] &= [\bar{a}_{23} e^{-i\lambda\theta_3} + \lambda a_{13} e^{-i(2-\lambda)\theta_3} + b_{13} e^{i\lambda\theta_3}]
\end{aligned} \tag{5.6}$$

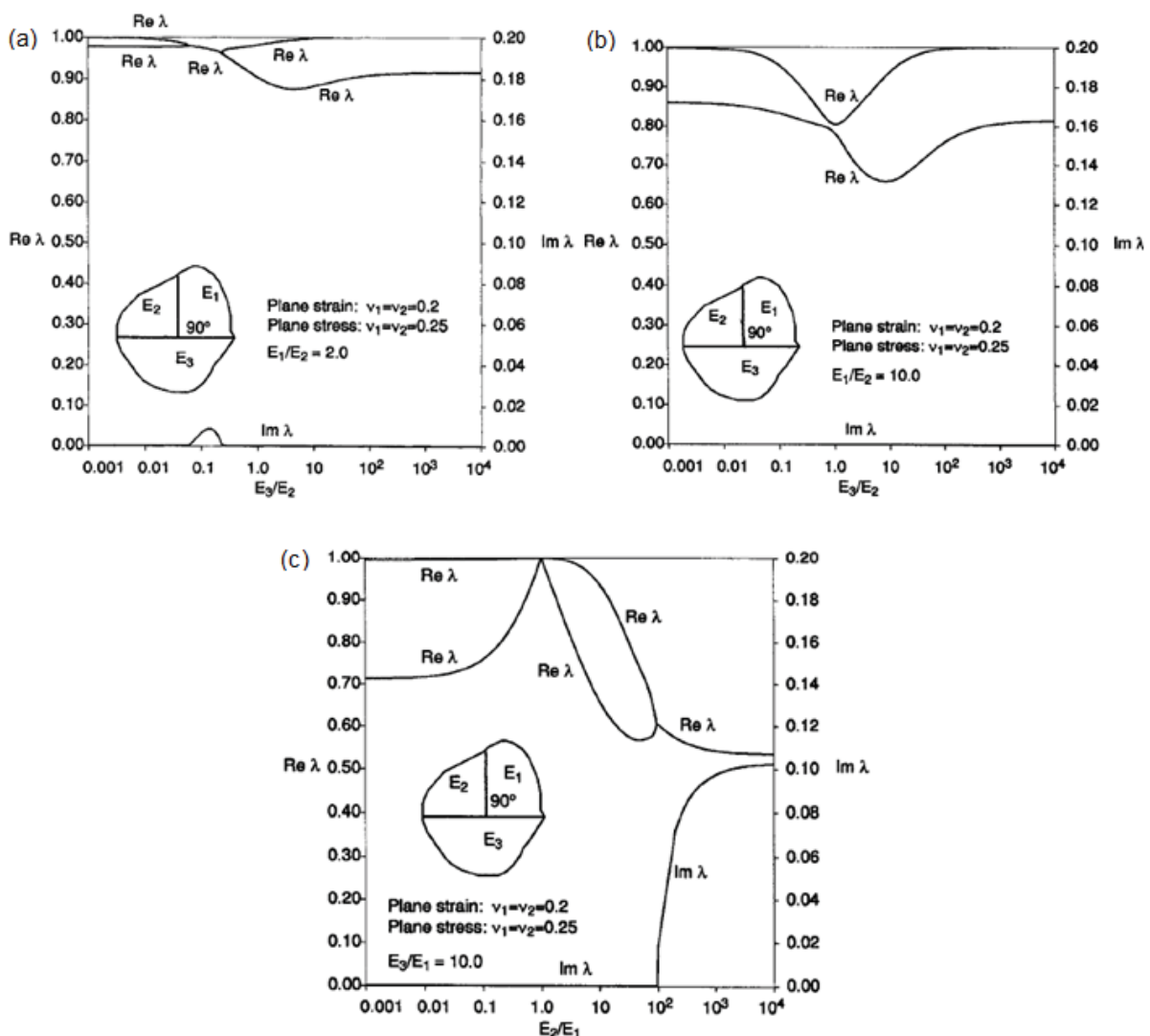
em que G_j é o módulo de elasticidade transversal do material j e κ é a constante de Kolosov, sendo $\kappa = (3 - 4\nu)$, para EPD, ou $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$, para EPT.

Para que haja solução não trivial para as constantes desconhecidas a_{1j} , \bar{a}_{2j} , b_{1j} e \bar{b}_{2j} , é necessário haver λ tal que o determinante da matriz dos coeficientes seja igual a zero. Organizando o determinante de 5.6, a equação característica do problema, na forma como implementada no programa em linguagem Python desenvolvido nesta pesquisa, está apresentada na expressão 5.7:

$$\begin{vmatrix}
G_2 \kappa_1 e^{2i\lambda\theta_1} & -G_2 \lambda e^{2i\theta_1} & -G_1 \kappa_2 e^{2i\lambda\theta_1} & G_1 \lambda e^{2i\theta_1} & 0 & 0 & 0 & -G_2 & 0 & G_1 & 0 & 0 \\
e^{2i\lambda\theta_1} & \lambda e^{2i\theta_1} & -e^{2i\lambda\theta_1} & -\lambda e^{2i\theta_1} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
-G_2 \kappa_1 e^{-2i\lambda\theta_1} & G_2 \kappa_1 e^{-2i\lambda\theta_1} & G_1 \lambda e^{-2i\theta_1} & -G_1 \kappa_2 e^{-2i\lambda\theta_1} & 0 & 0 & -G_2 & 0 & G_1 & 0 & 0 & 0 \\
\lambda e^{-2i\lambda\theta_1} & e^{-2i\lambda\theta_1} & -\lambda e^{-2i\theta_1} & -e^{-2i\lambda\theta_1} & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & G_3 \kappa_2 e^{2i\lambda\theta_2} & -G_3 \lambda e^{2i\theta_2} & -G_2 \kappa_3 e^{2i\lambda\theta_2} & G_2 \lambda e^{2i\theta_2} & 0 & 0 & 0 & -G_3 & 0 & G_2 \\
0 & 0 & e^{2i\lambda\theta_2} & \lambda e^{2i\theta_2} & -e^{2i\lambda\theta_2} & -\lambda e^{2i\theta_2} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\
0 & 0 & -G_3 \lambda e^{-2i\lambda\theta_2} & G_3 \kappa_2 e^{-2i\lambda\theta_2} & G_2 \lambda e^{-2i\theta_2} & -G_2 \kappa_3 e^{-2i\lambda\theta_2} & 0 & 0 & -G_3 & 0 & G_2 & 0 \\
0 & 0 & \lambda e^{-2i\lambda\theta_2} & e^{-2i\lambda\theta_2} & -\lambda e^{-2i\theta_2} & -e^{-2i\lambda\theta_2} & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\
G_3 \kappa_1 & -G_3 \lambda & 0 & 0 & -G_1 \kappa_3 e^{i\lambda\theta_3} & G_1 \lambda e^{i(2-\lambda)\theta_3} & 0 & -G_3 & 0 & 0 & 0 & G_1 e^{-i\lambda\theta_3} \\
1 & \lambda & 0 & 0 & -e^{i\lambda\theta_3} & -\lambda e^{i(2-\lambda)\theta_3} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -e^{-i\lambda\theta_3} \\
-G_3 \lambda & G_3 \kappa_1 & 0 & 0 & G_1 \lambda e^{-i(2-\lambda)\theta_3} & -G_1 \kappa_3 e^{-i\lambda\theta_3} & -G_3 & 0 & 0 & 0 & G_1 e^{i\lambda\theta_3} & 0 \\
\lambda & 1 & 0 & 0 & -\lambda e^{-i(2-\lambda)\theta_3} & -e^{-i\lambda\theta_3} & 1 & 0 & 0 & 0 & -e^{i\lambda\theta_3} & 0
\end{vmatrix} = 0 \tag{5.7}$$

Pageau, Joseph e Biggers (1994) confirmaram a validade de sua formulação ao comparar seus resultados com outros encontrados na literatura. Ao fazê-lo, geraram gráficos interessantes a respeito do comportamento das raízes com $Re \lambda < 1$, fixando a proporção do módulo de elasticidade entre dois materiais e variando a proporção entre os módulos de outro par. Os gráficos para os casos mais semelhantes ao problema em estudo estão reproduzidos na FIGURA 56.

FIGURA 56 – GRÁFICOS PARA QUINAS TRIMATERIAIS



FONTE: PAGEAU, JOSEPH e BIGGERS (1994).

Percebe-se que, embora 5.6 e 5.7 estejam em função dos módulos de elasticidade transversal dos materiais G_j , os gráficos da FIGURA 56 foram traçados em função dos módulos de elasticidade longitudinal E_j , que constituem um dado de entrada mais usual (a relação entre as grandezas é dada por $G_j = E_j / (2 + 2\nu)$). Atenção deve ser dada ao fato de que os gráficos mostram a parte real e a parte imaginária

das raízes, de modo que, quando há uma curva real e uma imaginária numa mesma porção do gráfico, trata-se de uma raiz apenas com ambas as partes e não duas raízes distintas. Quando um valor possui parte imaginária diferente de zero, seu conjugado também é raiz da equação.

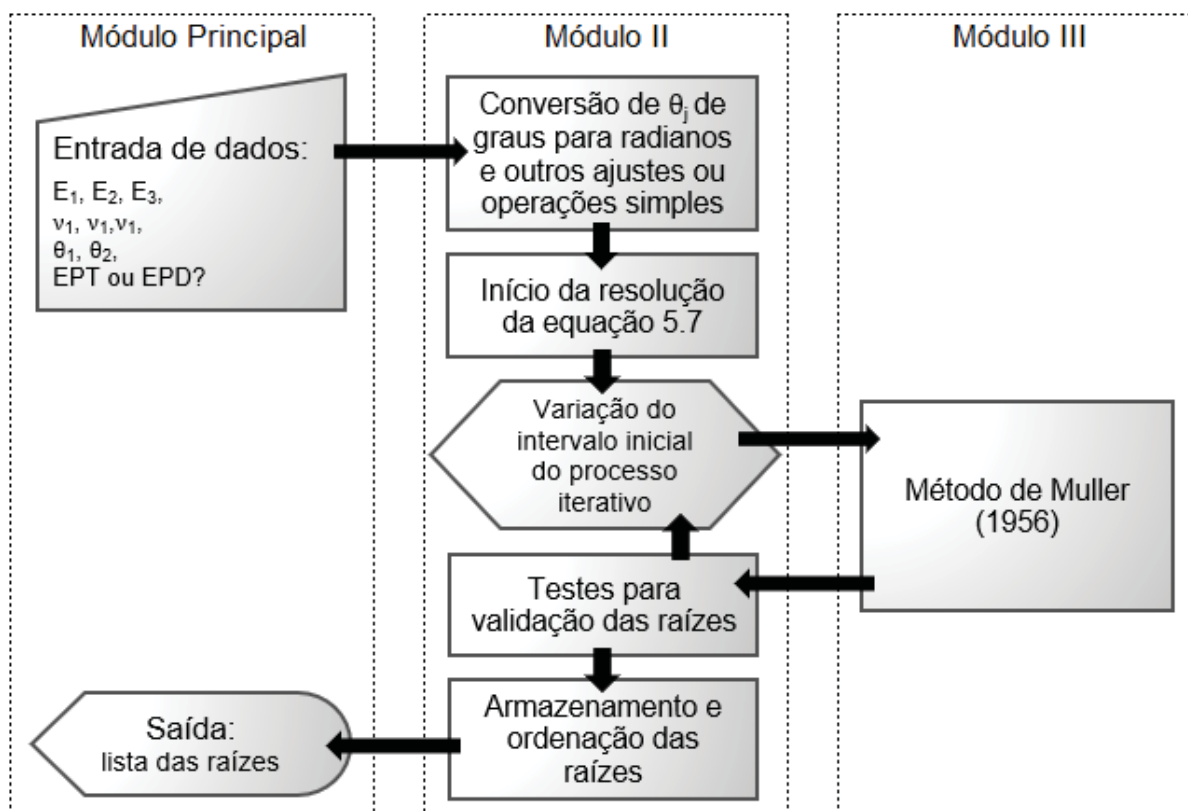
Ao desenvolver o programa para cálculo dos expoentes característicos desta pesquisa, este ficou organizado em três módulos. O principal contém breves instruções sobre o uso do programa, as linhas de entrada de dados e algumas poucas linhas que acionam as funções dos módulos auxiliares. No segundo módulo, está implementada a resolução da equação 5.7, que é a parte principal do cálculo, e algumas funções auxiliares básicas, como a conversão de um ângulo de graus para radianos. O terceiro módulo contém a implementação do método de Muller (1956), já empregado na resolução das equações de Williams (1952).

A entrada de dados se resume aos módulos de elasticidade e aos coeficientes de Poisson dos três materiais, aos dois ângulos das interfaces entre os materiais (em relação à primeira interface, que corresponde ao ângulo zero) e à opção do cálculo em EPD ou EPT. Como as raízes dependem da proporção entre os módulos de elasticidade, estes podem ser inseridos em qualquer unidade, desde que a mesma seja empregada em todos os valores.

O objetivo do programa é fornecer todas as raízes do problema com $Re \lambda < 1$ e ao menos uma raiz com $Re \lambda > 1$, visando a obtenção dos FITGs. Desse modo, o módulo auxiliar que contém a implementação de 5.7 resolve a equação pelo método de Muller dezenas de vezes, alterando o intervalo inicial do método iterativo a cada avaliação. Para que não fosse necessário aplicar o método de Muller tantas vezes no algoritmo, cita-se que uma opção seria implementar um método de investigação da ocorrência de raízes em um dado intervalo, como o Princípio do Argumento, ficando essa possibilidade, contudo, como sugestão para desenvolvimentos futuros. As raízes obtidas a cada passo são testadas para verificar se $Re \lambda > 0$, se não correspondem a uma das raízes já obtidas em passos anteriores e se a realimentação de 5.7, com o valor obtido, de fato faz com que o determinante se aproxime de zero a uma dada tolerância. As raízes que passam nos testes são armazenadas em uma lista, que é organizada em ordem crescente de $Re \lambda$ e fornecida como saída do programa.

Esse fluxograma de funcionamento do programa está ilustrado, de maneira resumida, na FIGURA 57.

FIGURA 57 – FLUXOGRAMA RESUMIDO DE FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA



FONTE: O Autor (2019).

Esses critérios foram, em grande parte, adotados ou ajustados aos poucos durante os testes de validação do programa. Ao ensaiar alguns valores específicos fornecidos por Pageau, Joseph e Biggers (1994), os resultados foram excelentes desde as primeiras implementações. Por exemplo, para o caso (a) da FIGURA 56, aqueles autores apresentaram as raízes reais 0,9774 e 0,9997 para $E_3/E_2 = 0,001$. O programa desenvolvido obteve precisamente estes mesmos valores. Para o caso (c), da FIGURA 56, Pageau, Joseph e Biggers (1994) apresentaram a raiz $0,5342 + 0,1022i$ para $E_2/E_1 = 10000$, enquanto o programa obteve $0,5342 \pm 0,1023i$.

No entanto, a fim de verificar a validade do programa para uma gama maior de situações, procurou-se, à semelhança do que já se havia feito na resolução das equações de Williams (1952), reproduzir os gráficos da FIGURA 56. Ao fazê-lo, percebeu-se uma grande sensibilidade numérica do determinante da matriz em 5.7. Especialmente quando se inseria um valor alto de módulo para algum material, uma diferença na quarta casa decimal de λ implicava diferenças grandemente significativas na avaliação do determinante, o que representava dificuldade na convergência para algumas raízes e para que alguns valores obtidos passassem no teste de

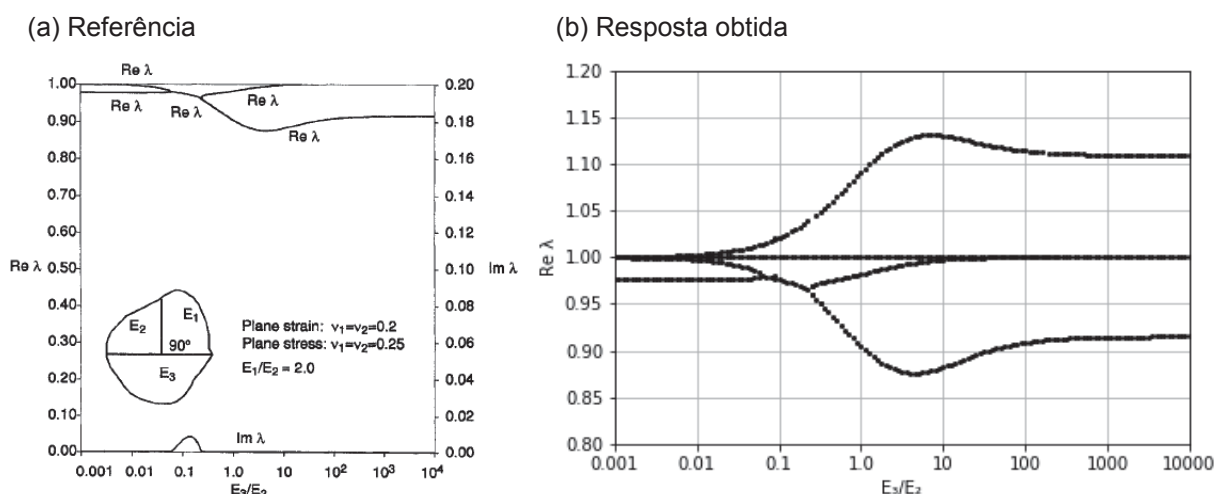
realimentação da equação. Em algumas tentativas, todos os pontos do gráfico gerado resultavam no esperado, exceto por apenas alguns poucos pontos, com problemas de convergência.

Tais constatações asseveram a necessidade de atenção ao uso dos métodos numéricos para resolver o problema. Para conseguir reproduzir os gráficos, as dificuldades narradas foram tratadas especialmente com seguidos ajustes dos intervalos iniciais empregados no método iterativo, até chegar à forma final do programa, e com a divisão dos módulos dos materiais por um dado fator quando da entrada de um número alto, uma vez que é a proporção entre os módulos que importa e não seus valores isoladamente.

Os resultados são apresentados nos GRÁFICOS 5, 6 e 7, em que as curvas obtidas são apresentadas ao lado das figuras originais de Pageau, Joseph e Biggers (1994). Uma vez que o programa foi desenvolvido para calcular também algumas raízes não singulares do problema, os gráficos foram expandidos buscando mostrar a primeira raiz com $Re \lambda > 1$. Para lembrar que $\lambda = 1$ sempre é raiz, embora na maior parte dos casos este valor esteja relacionado a rotações rígidas, portanto não sendo considerado nas análises (para exceções, consultar Vasilopoulos, 1988), optou-se por deixar esse resultado plotado em todos os gráficos.

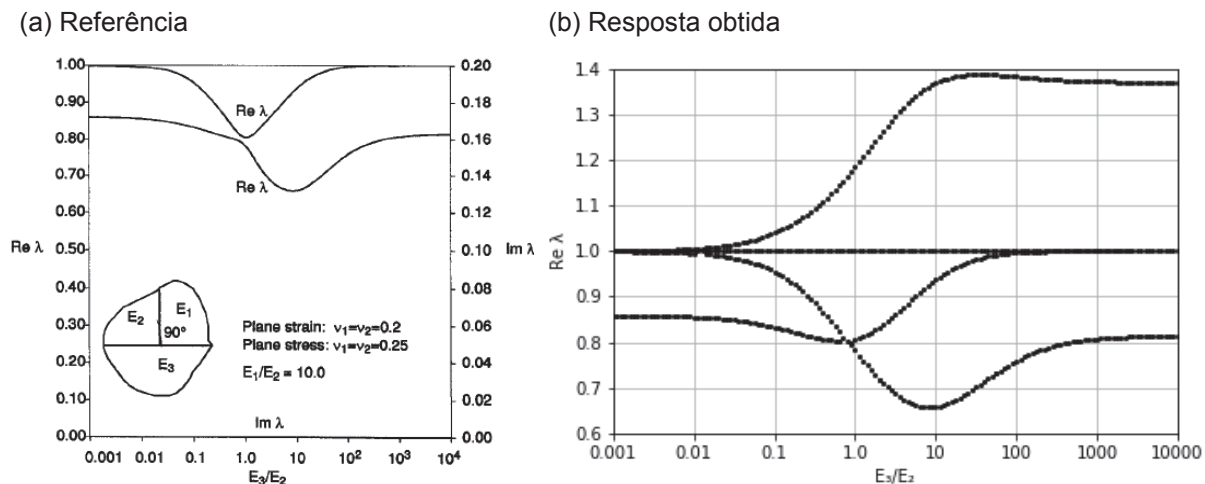
Para os GRÁFICOS 5 e 6, todos os pontos plotados se referem a $Re \lambda$, pois à exceção de um pequeno segmento do primeiro caso, conforme se vê no gráfico original, todas as raízes são reais puras.

GRÁFICO 5 – CASO A – COMPARAÇÃO COM PAGEAU, JOSEPH E BIGGERS (1994)



FONTE: O Autor (2019).

GRÁFICO 6 – CASO B – COMPARAÇÃO COM PAGEAU, JOSEPH E BIGGERS (1994)

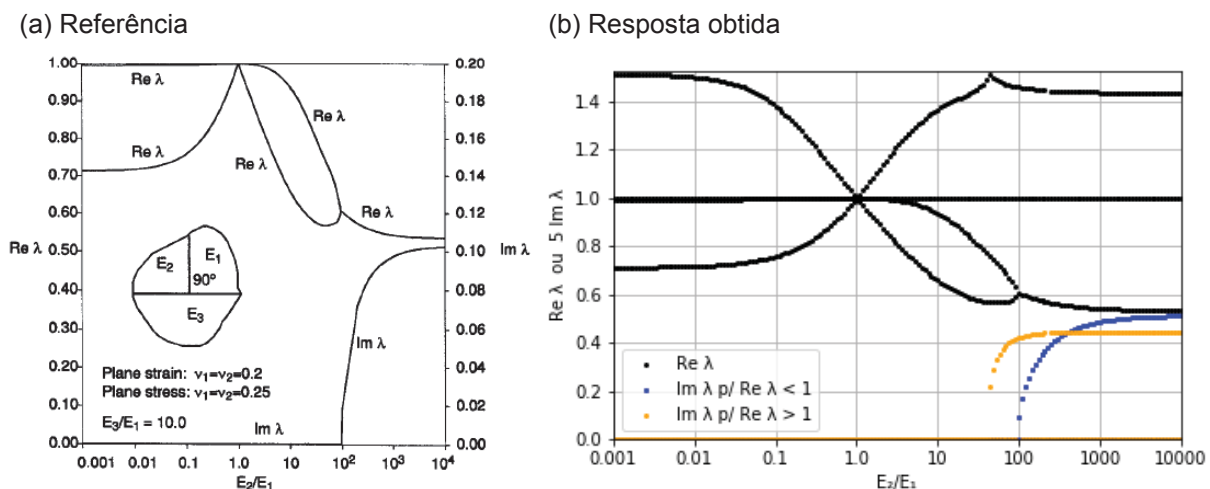


FONTE: O Autor (2019).

Interessante observar, no GRÁFICO 6, como, uma vez que o gráfico obtido a partir da implementação em Python (6-b) foi gerado com uma grande quantidade de pontos, porém sem utilizar qualquer comando para conectá-los através de linhas, as curvas das raízes com $Re \lambda < 1$ aparentemente se cruzam, diferentemente da maneira como os pontos foram unidos no gráfico original (6-a).

Para o GRÁFICO 7, as partes imaginárias das raízes foram coloridas para identificar a que partes reais se referem. A escala das partes imaginárias foi multiplicada por cinco para que se preservasse a aparência do gráfico original.

GRÁFICO 7 – CASO C – COMPARAÇÃO COM PAGEAU, JOSEPH E BIGGERS (1994)



FONTE: O Autor (2019).

Validado o programa, é necessário se afirmar, contudo, que não é possível asseverar que ele não possa falhar em alguma circunstância de análise. Embora se tenham tomado todos os cuidados descritos na implementação do método e, assim, obtidos os resultados esperados para uma grande amplitude de situações representadas nos GRÁFICOS 5, 6 e 7, não há garantia que uma situação bastante específica que possa ser testada no programa não levará, por exemplo, à omissão de uma raiz ou mesmo à inclusão de um valor incoerente. Desse modo, o conhecimento do comportamento das raízes é importante para evitar aceitar respostas falhas que o programa possa eventualmente fornecer.

Finalizada a implementação, empregou-se o programa para obter os expoentes característicos da quina local das geometrias de interesse (FIGURA 54). Os eixos locais foram considerados na mesma direção dos eixos do modelo global, de modo que os ângulos das interfaces foram $\theta_1 = 180^\circ$ e $\theta_2 = 270^\circ$. Buscando todas as raízes singulares e a primeira não singular, o resultado está expresso na TABELA 7. Esses resultados são aplicados, na sequência, na obtenção dos FITGs das geometrias.

TABELA 7 – EXPOENTES CARACTERÍSTICOS PARA A QUINA EM ESTUDO

k	λ_k
1	0,57520
2	0,66507
3	1,32158

FONTE: O Autor (2019).

Concluída esta etapa, entende-se que o objetivo específico de implementar um programa para cálculo dos expoentes característicos foi alcançado, tendo sido desenvolvida uma importante ferramenta, que poderá ser empregada também em pesquisas futuras, com diferentes configurações de quinas trimateriais. O programa calcula também os resultados para quinas bimateriais, bastando, para isso, informar o mesmo ângulo e os mesmos parâmetros para os materiais 2 e 3 na entrada de dados.

6 OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DA MFEL

O presente capítulo apresenta a obtenção dos FITs e dos FITGs para as geometrias em análise neste trabalho. Para os FITs, uma pequena fissura hipotética é introduzida no ponto de maior tração da fibra superior do concreto asfáltico e, após um estudo do método de obtenção através de um exercício de calibração, a malha é refinada localmente e o parâmetro da MFEL é calculado. Para os FITGs, a malha local é semelhante à definida na obtenção dos FITs, porém o cálculo dos parâmetros utilizou os expoentes característicos obtidos no capítulo anterior e um método de ajuste por mínimos quadrados segundo Barroso et al. (2012). Ao final do capítulo, todos os resultados são analisados.

6.1 OBTENÇÃO DOS FITs

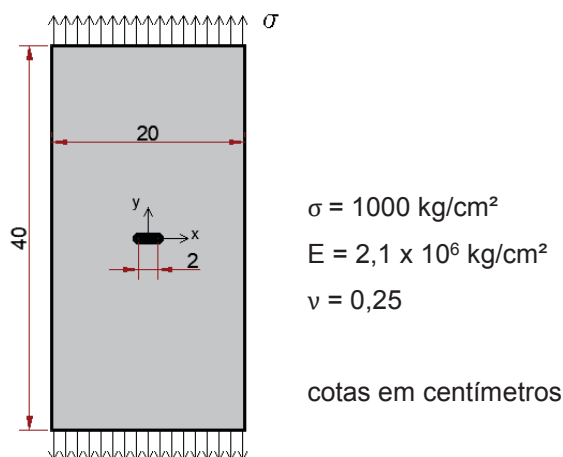
Uma pequena fissura, introduzida no revestimento em concreto asfáltico, já produz uma singularidade de tensão. Ao passo que o estado de tensões de cada quina reflete a geometria global em estudo, avaliar o efeito que a introdução dessa fissura gera localmente, mediante o FIT, permite mensurar o potencial de fissuração da geometria.

Para tanto, apresenta-se primeiramente, diretamente através de um exercício de calibração, o método empregado à obtenção desse parâmetro. Através desse exemplo, estudam-se as características necessárias à malha local para a obtenção dos resultados com a precisão adequada. Na sequência, o método é aplicado para as duas geometrias de interesse selecionadas.

6.1.1 Método de obtenção do FIT e calibração

A fim de estudar e calibrar o método de obtenção, trabalhou-se inicialmente um exercício proposto em París e Cañas (1997). O problema ensaiado é de uma fissura central em uma chapa de dimensões finitas, conforme apresentado na FIGURA 58.

FIGURA 58 – EXERCÍCIO DE CALIBRAÇÃO PARA OBTENÇÃO DO FIT

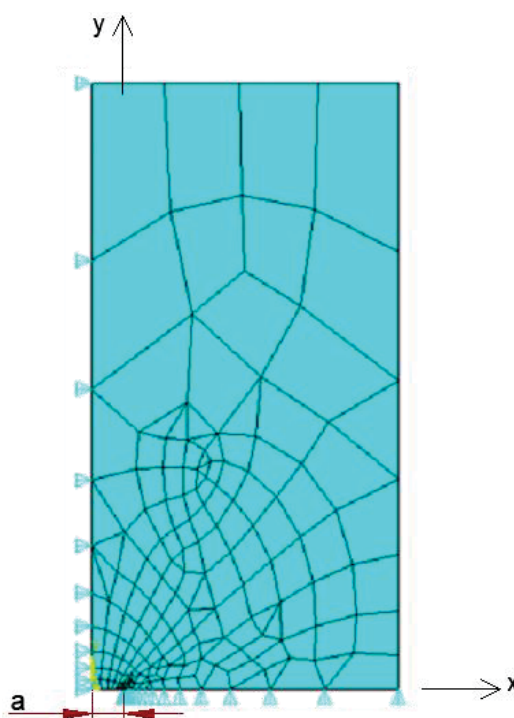


FONTE: Adaptado de PARÍS e CAÑAS (1997).

Em função das características da geometria e da tensão solicitante perpendicular à fissura, trata-se de um problema de FIT em modo I puro. Segundo París e Cañas (1997), o resultado esperado para o FIT, calculado analiticamente e já considerando o fator geométrico do problema (equação 2.6), é de $1819,03 \text{ kg.cm}^{-3/2}$.

Sendo necessário modelar apenas um quarto da geometria em função das condições de simetria, um primeiro lançamento da malha para o estudo do problema pode ser visualizado na FIGURA 59.

FIGURA 59 – LANÇAMENTO INICIAL DA MALHA NO TESTE DE CALIBRAÇÃO



FONTE: O Autor (2019).

A malha é construída com a utilização do comando KSCON do Ansys®, próprio para o estudo de tensões singulares e que, conforme manual do *software* (Ansys Inc., 2019), permite definir um nó ao redor do qual a malha se concentra, a dimensão do menor elemento finito empregado e uma taxa de crescimento dos elementos a partir desse nó.

Conforme os eixos definidos, as tensões em y próximas à ponta da fissura são dadas analiticamente, em consonância à equação 2.7, por:

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad 6.1$$

Convenientemente tomando apenas pontos ao longo do eixo x para o cálculo de K_I , isto é, com $\theta = 0^\circ$, tem-se a função característica $f(\theta) = 1$. Retornando a 6.1, tem-se:

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} r^{-0,5} \quad 6.2$$

o que também pode ser escrito como:

$$\ln \sigma_y = \ln \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} - \delta \ln r \quad 6.3$$

com $\delta = (1 - \lambda) = 0,5$.

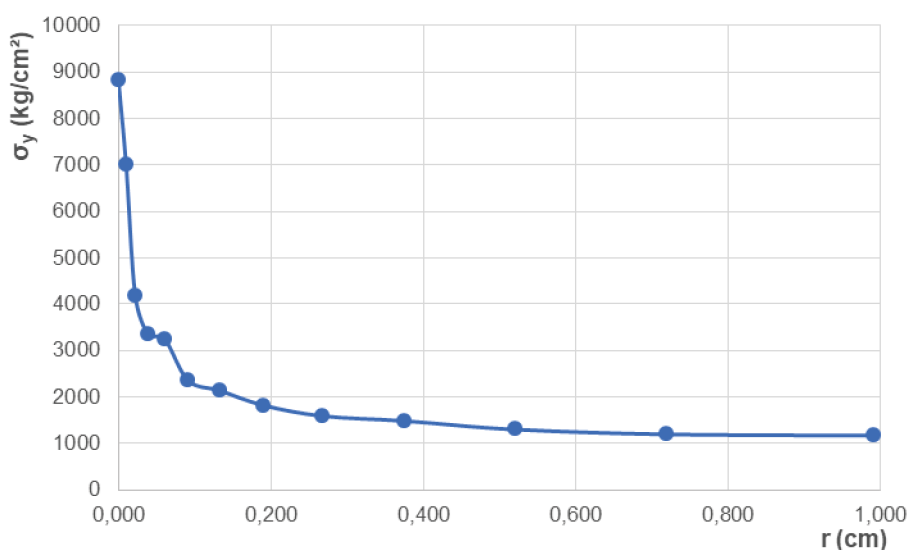
Na forma de 6.3, é possível aplicar uma regressão linear simples aos dados de tensão extraídos do modelo em função da coordenada r , obtendo uma reta na forma $f(r) = a (\ln r) + b$, em que o parâmetro a aproxima $-\delta$ e o parâmetro b contém K_I . *Softwares* comerciais para cálculo de planilhas, como o Excel, realizam regressões de forma automática, não apenas lineares, mas também de potência, permitindo assim o cálculo dos parâmetros diretamente na forma de 6.2. O mesmo método pode ser adaptado para emprego dos deslocamentos ao invés das tensões.

Embora se conheça δ , sua avaliação é útil para analisar a precisão dos resultados. Caso não se conhecesse o valor esperado de K_I , a obtenção de um δ próximo a 0,5 permitiria alguma confiabilidade à análise.

A malha da FIGURA 59 emprega o menor elemento finito na dimensão de 0,1 mm. Para efeito de estudo, utilizou-se inicialmente o elemento PLANE42, que possui nós apenas em seus vértices e calcula os deslocamentos com regras lineares.

Avaliando a malha inicial, o gráfico de tensão próximo à ponta da fissura resultou:

GRÁFICO 8 – TENSÃO σ_y EM RELAÇÃO À DISTÂNCIA r DA PONTA DA FISSURA

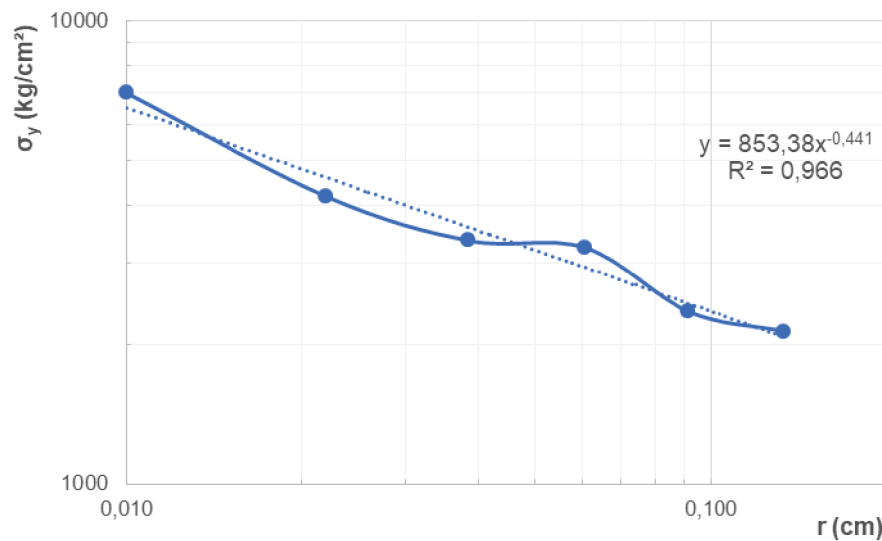


FONTE: O Autor (2019).

Na sequência, é necessário definir a região do gráfico a se empregar para cálculo do FIT, pois para uma distância muito pequena da ponta da fissura, o erro da simulação em elementos finitos é muito grande, enquanto, para distâncias muito grandes, o campo de tensões passa a ser governado com menos importância pelo FIT de Irwin, uma vez que deixa de valer a premissa $r \ll a$.

Ao colocar o gráfico em escala logarítmica, é possível perceber que os pontos muito próximos ou mais distantes da ponta da fissura desviam da direção definida pelos pontos de interesse, o que ajuda a selecionar visualmente a região do gráfico válida para o cálculo. Ao realizar a regressão de potência no Excel, é possível também alterar o número de pontos considerados e acompanhar em tempo real a qualidade da regressão, mediante a aproximação de $-\delta$ do valor esperado de $-0,5$ e através do coeficiente R^2 da correlação.

Mediante esse procedimento, o gráfico tratado da simulação resultou no GRÁFICO 9.

GRÁFICO 9 – TENSÃO σ_y NO INTERVALO ESCOLHIDO

FONTE: O Autor (2019).

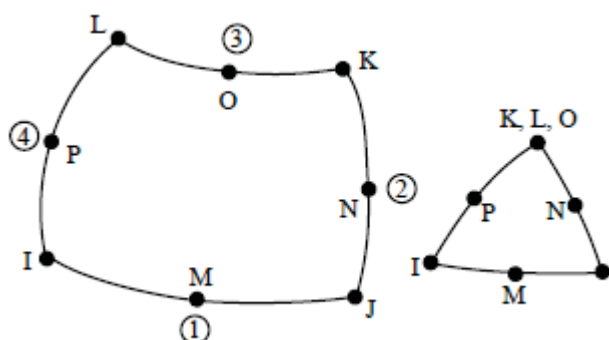
A região empregada terminou no nó de $r = 0,133$ cm, que pode ser considerada uma distância relativamente grande para uma fissura de semicomprimento $a = 1,0$ cm. Tal fato demonstra a necessidade de maior refinamento da malha. Em relação aos resultados obtidos com esse modelo, o FIT foi de $K_I = 853,38 (\sqrt{2\pi}) = 2139,106 \text{ kg.cm}^{-3/2}$, representando um erro de 17,60% para o esperado. Na comparação do valor de $-\delta$, o erro foi de 11,8%.

Esse mesmo procedimento foi aplicado para malhas mais refinadas com o elemento PLANE42. No entanto, mesmo no teste mais denso realizado, com o menor elemento finito de 0,02 mm, o erro em K_I ainda esteve em 15,63%. Isto ocorre porque, uma vez que o elemento emprega uma regra linear na interpolação dos deslocamentos, os resultados de tensões do modelo ficam deteriorados. Esta é, inclusive, a razão pela qual alguns autores preferem utilizar os deslocamentos para avaliação do FIT.

Ocorre que, embora o uso dos deslocamentos seja simples para o FIT, empregá-los na obtenção dos FITGs implicaria a necessidade de levantar as funções $g_k(\theta)$ do problema (conforme equação 2.15), de modo que é interessante demonstrar, aqui, como o uso das tensões pode conduzir a bons resultados.

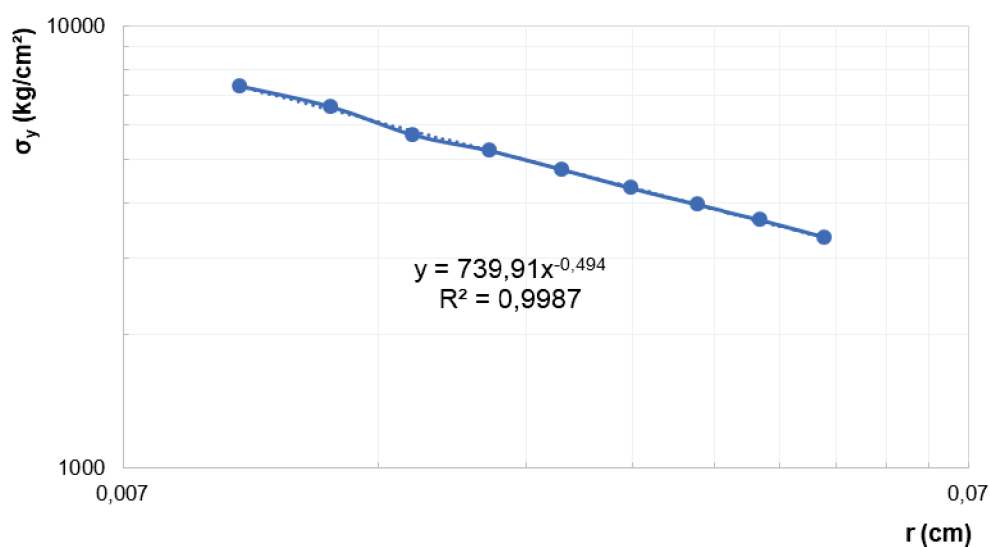
Para tanto, empregou-se o elemento PLANE183, que tem sido utilizado desde as primeiras modelagens em 2D desta pesquisa, possuindo nós intermediários nas arestas e regra quadrática na interpolação dos deslocamentos, conforme FIGURA 60.

FIGURA 60 – ESQUEMA DO ELEMENTO PLANE183



FONTE: ANSYS INC. (2019).

Para a malha com o menor elemento finito de 0,02 mm, o resultado tratado da simulação está apresentado no GRÁFICO 10.

GRÁFICO 10 – TENSÃO σ_y NO INTERVALO ESCOLHIDO PARA A MALHA REFINADA

FONTE: O Autor (2019).

A região considerada no cálculo foi de $r = 0,0096$ cm a $r = 0,0474$, ou seja, aproximadamente entre $a/100$ e $a/20$ da ponta da fissura. O FIT foi de $K_I = 739,91 (\sqrt{2\pi}) = 1854,679 \text{ kg.cm}^{-3/2}$, representando um erro de 1,96% em relação ao esperado. Na comparação do valor de $-\delta$, o erro foi de 1,20%.

Esse nível de precisão já é suficiente a esta pesquisa. De qualquer modo, foi realizado mais um teste, mantendo exatamente a mesma malha, porém utilizando uma opção do comando KSCON que permite deslocar os nós intermediários dos elementos mais próximos da ponta da fissura a uma distância desta de $1/4$ da aresta

do elemento. Considerando a mesma região do gráfico da análise anterior, o valor de K_I resultou em $1830,691 \text{ kg.cm}^{-3/2}$ e o valor de $-\delta$ resultou em $-0,498$, representando erros de, respectivamente, $0,64\%$ e $0,40\%$.

A TABELA 8 resume todos os resultados apresentados nesta seção até este ponto.

TABELA 8 – RESULTADOS DO TESTE DE CALIBRAÇÃO

Malha			FIT ($\text{kg.cm}^{-3/2}$)	Erro (%)	$-\delta$	Erro (%)
Elemento	Dimensão de referência (mm)*	Intervalo de r (cm)				
PLANE42	0,1	0,01 a 0,133	2139,106	17,60	$-0,441$	11,80
PLANE42	0,02	0,002 a 0,066	2103,387	15,63	$-0,438$	12,40
PLANE183	0,02	0,0096 a 0,0474	1854,679	1,96	$-0,494$	1,20
PLANE183	0,02, com nó a $\frac{1}{4}$ da aresta	0,0096 a 0,0474	1830,691	0,64	$-0,498$	0,40

*do menor elemento da malha

FONTE: O Autor (2019).

O emprego das tensões no cálculo pode, portanto, fornecer bons resultados de K_I , embora demande malhas densas como a aqui empregada, cujas características servirão de referência para obtenção do FIT na geometria em estudo. Percebe-se, também, que a avaliação do valor de $-\delta$ sempre apresentou erros de ordem de grandeza semelhante à dos erros em K_I , ficando aqueles acima da casa dos 60% destes. Esse parâmetro será, portanto, útil para confirmar a confiabilidade do valor obtido nas geometrias de interesse, as quais não possuem um valor esperado de FIT para comparação.

Por fim, para concluir este estudo de método, o problema, até então simulado em EPT, foi modelado também em EPD. Com uma malha com exatamente as mesmas características da última empregada, e considerando o mesmo intervalo de r , o valor de K_I resultou em $1827,808 \text{ kg.cm}^{-3/2}$ e o valor de $-\delta$ resultou em $-0,498$, representando erros de, respectivamente, $0,48\%$ e $0,40\%$ dos valores esperados. Em comparação com o que se havia obtido em EPT, a diferença em K_I foi de $0,16\%$, enquanto os valores de $-\delta$ foram idênticos, conforme demonstra a TABELA 9.

TABELA 9 – COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EM EPT E EPD

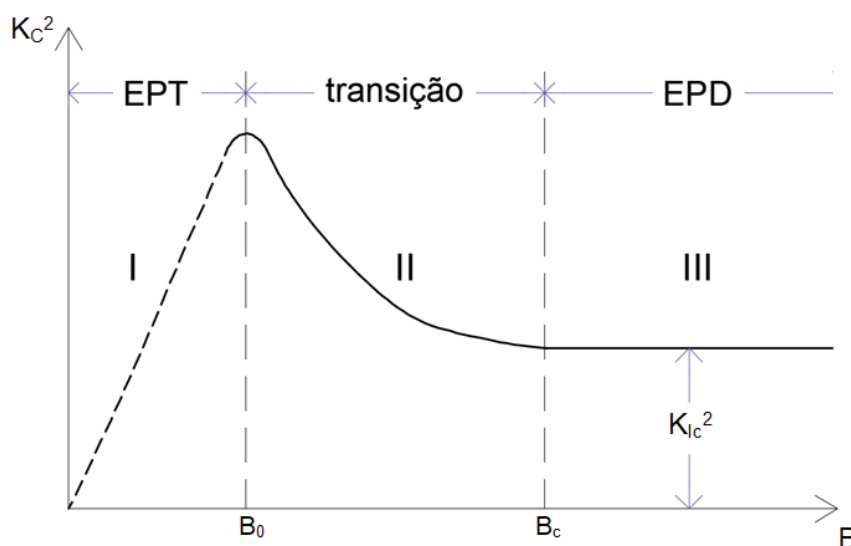
Modelo	FIT (kg.cm ^{-3/2})	Erro (%)	$-\delta$	Erro (%)
EPT	1830,691	0,64	-0,498	0,40
EPD	1827,808	0,48	-0,498	0,40
Diferença (%)	0,16	–	0,00	–

FONTE: O Autor (2019).

Fato é que o FIT, como uma constante que compatibiliza as tensões em um ponto dado com a uma função das coordenadas desse ponto e ainda com a ordem de singularidade do problema, não há qualquer alteração no método de cálculo do FIT (ou do FITG) via MEF para consideração de EPT ou EPD. O que se altera é a distribuição das tensões, cuja diferença, para o caso das geometrias de interesse, já havia se mostrado não significativa.

Lembre-se, contudo, que o FIT guarda relação com a espessura do problema, conforme FIGURA 7 deste trabalho, reproduzida aqui na FIGURA 61.

FIGURA 61 – VARIAÇÃO DA TENACIDADE À FRATURA (AO QUADRADO) SEGUNDO A ESPESSURA



FONTE: Adaptado de GDOUTOS (2005)

A simulação de EPT via MEF não reflete uma variação nas tensões locais, no entorno da ponta da fissura, em função da variação da espessura do problema. Assim sendo, a região I do gráfico deveria mostrar um patamar ao invés de uma variação linear. Ocorre que, embora essa pudesse ser uma previsão de cálculo, alguns resultados experimentais ao longo dos anos apontaram para o traçado tracejado da figura, conforme discutido na seção 2.1.2.

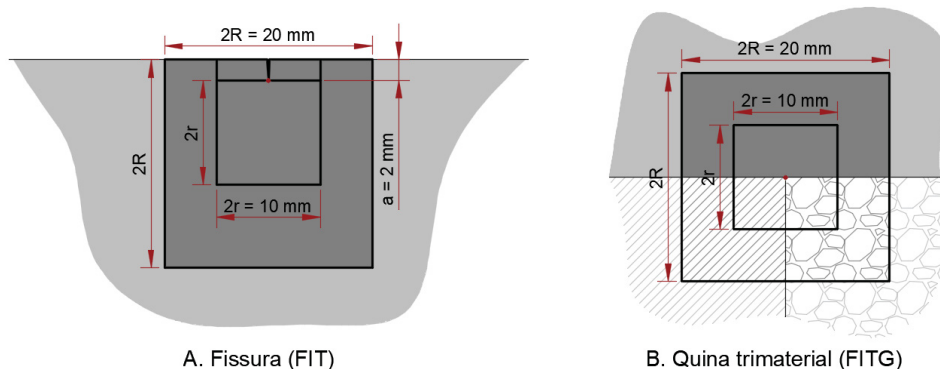
Mais do que isso, a situação de EPT só ocorre em casos com espessura de fato pequenas, em que se torna preponderante a distribuição das tensões nas faces livres do sólido, que é diferente da distribuição das tensões nos planos mais internos do sólido.

Retomando a definição por EPT ou EPD, a análise na seção 4.3 deste trabalho se limitou à observação do campo de tensões do modelo 3D, em que a ordem de grandeza tanto das tensões transversais quanto das deformações transversais aparentemente permitia optar pela simplificação de qualquer uma delas, e à comparação dos modelos 2D em EPT e EPD, com resultados muito próximos nas tensões. Desse modo, ainda não se havia firmado a opção por um dos modelos. No entanto, após este estudo de calibração do método e considerando as colocações dos últimos parágrafos e, especialmente, a dimensão transversal da ponte, da qual se estuda um plano bastante interno, entende-se que a consideração mais apropriada para a obtenção dos parâmetros da MFEL, nas geometrias de interesse, é a de um estado plano de deformações.

6.1.2 FITs para as geometrias de interesse

A fissura hipotética introduzida na superfície do concreto asfáltico, nas duas geometrias de interesse (01 e 03), foi de 2 mm. Esse comprimento foi adotado considerando a escala do problema, sendo pouco significativo na espessura da capa e inferior à dimensão característica de uma brita. Para melhor manuseio da malha local junto à singularidade, tanto na fissura quanto na quina trimaterial, foram definidas áreas de controle com proporções adotadas a partir da leitura de Vicentini (2012). Estas áreas de controle estão esquematizadas na FIGURA 62.

FIGURA 62 – ÁREAS DE CONTROLE PARA MANUSEIO DA MALHA LOCAL

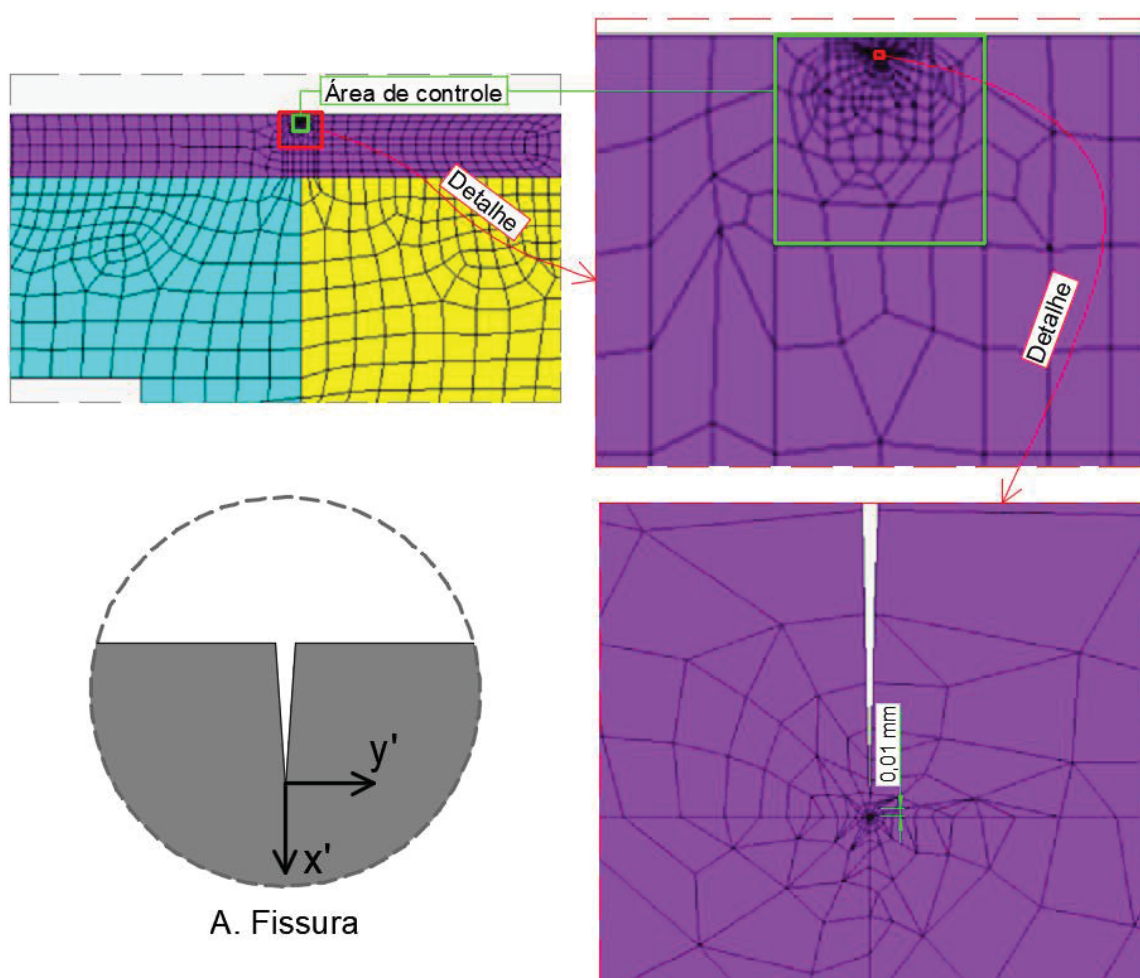


FONTE: O Autor (2019).

A malha local foi modelada com o emprego do comando KSCON, com os menores elementos finitos com dimensão principal de 0,01 mm. A fim de compatibilizar essa região com o restante da malha, algumas áreas de transição foram criadas com elementos de tamanhos intermediários, visto que a malha global tem elementos de até 60 mm de aresta nas regiões mais distantes da quina. A opção de deslocar os nós intermediários dos elementos mais próximos da singularidade trouxe algumas dificuldades no condicionamento da malha, pelo que não foi utilizada. O número total de nós do modelo 2D da geometria 01 ficou em 34 408, sendo 1167 apenas na região de controle definida na FIGURA 62. Para a geometria 03, o total foi de 36 349 nós.

A FIGURA 63 apresenta alguns detalhes da malha empregada para obtenção dos FITs.

FIGURA 63 – DETALHE DA MALHA EMPREGADA PARA OBTENÇÃO DOS FITs



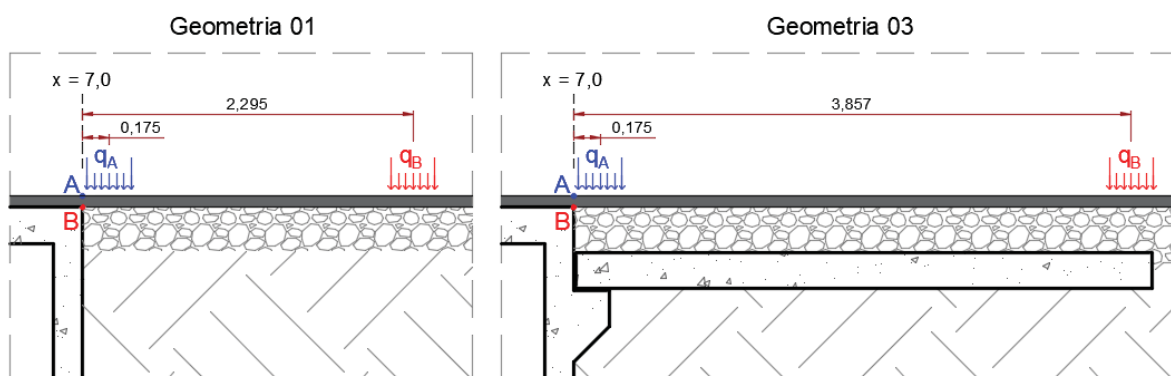
FONTE: O Autor (2019).

Para o cálculo dos FITs, admitiu-se um par de eixos locais x' e y' com origem na ponta da fissura, com direções rotacionadas em -90° em relação aos eixos globais.

Desta maneira, o eixo x' está orientado na mesma direção do eixo da fissura e as tensões em y' são as tensões em x do modelo global.

O carregamento para obtenção dos FITs corresponde ao caso 00 da análise de posição crítica, identificado como q_A na FIGURA 52, reproduzida aqui na FIGURA 64.

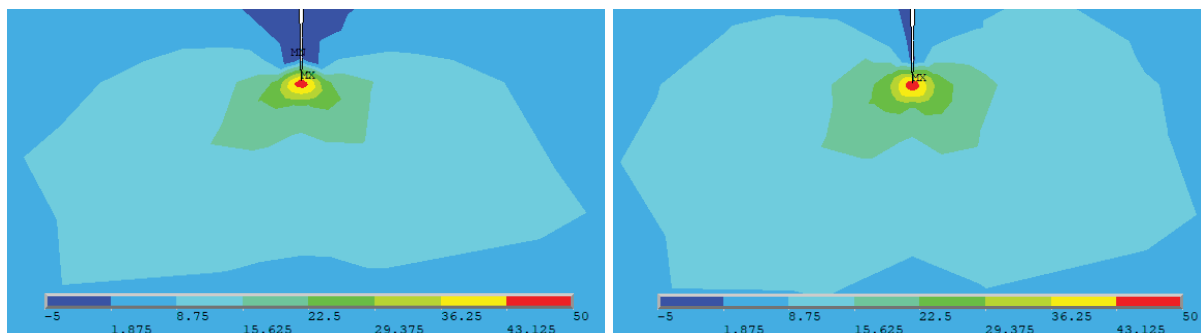
FIGURA 64 – SITUAÇÕES DE ANÁLISE PARA A EXTRAÇÃO DOS PARÂMETROS DA MFEL (COTAS EM METROS)



FONTE: O Autor (2019).

Inicialmente sendo trabalhada a geometria 01, as tensões σ_x são apresentadas na FIGURA 65, ao lado das tensões principais. A escala de cores das tensões vai de -5 a 50 MPa.

FIGURA 65 – TENSÕES σ_x E TENSÕES PRINCIPAIS σ_1



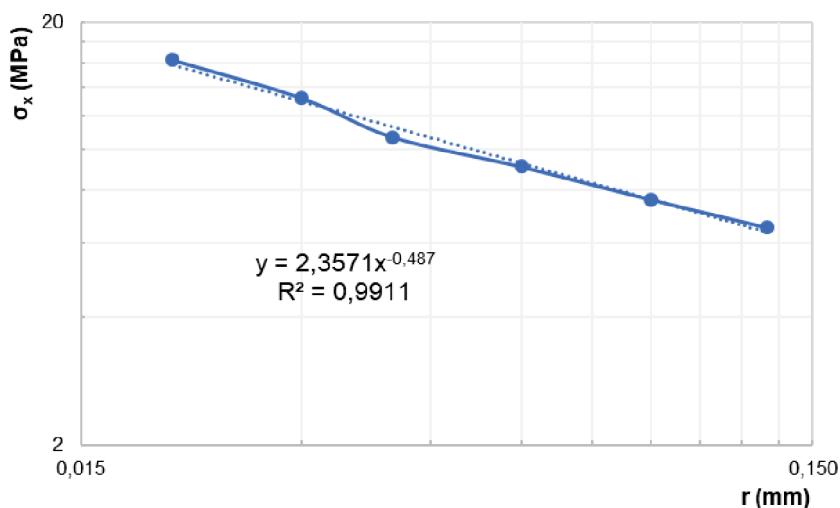
FONTE: O Autor (2019).

Análises anteriores do modelo global já haviam mostrado que as tensões σ_x eram de fato as mais relevantes e, da figura, percebe-se que a distribuição local das tensões principais σ_1 se assemelha à das tensões σ_x . Desse modo, o cálculo dos FITs das geometrias foi realizado mediante a consideração apenas do modo I, ainda que o

problema não corresponda exatamente a um caso puro de modo de abertura. O cálculo foi, assim, realizado da mesma forma que no exemplo de calibração.

Escolhendo nós ao longo do eixo local x' , o resultado para a geometria 01 foi tomado a partir do GRÁFICO 11.

GRÁFICO 11 – TENSÃO σ_x NO INTERVALO ESCOLHIDO PARA A GEOMETRIA 01

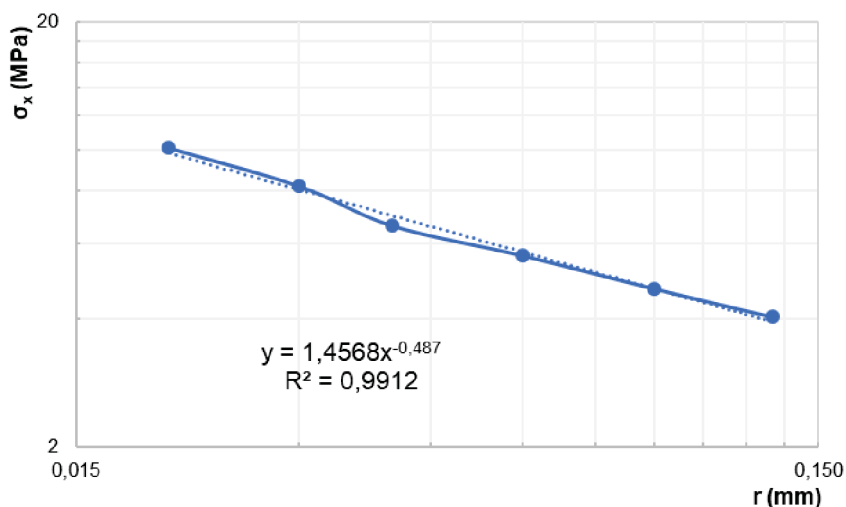


FONTE: O Autor (2019).

A região considerada no cálculo foi de $r = 0,02$ mm a $r = 0,13$ mm, ou seja, aproximadamente entre $a/100$ e $a/15$ da ponta da fissura. O FIT foi de $K_I = 2,3571$ ($\sqrt{2\pi}$) = 5,908 MPa.m^{1/2}. Na comparação do valor de $-\delta = -0,487$ para o esperado de $-0,5$, o erro foi de 2,60%.

Importante registrar que, embora os valores de tensão no gráfico estejam acima do que seria a resistência à tração do concreto asfáltico (0,5 a 2,0 MPa, conforme seção 3.2.2), os FITs são um parâmetro teórico que não considera limites de ruptura. Em projetos de engenharia, o valor teórico do FIT é normalmente calculado e comparado a um valor crítico (a tenacidade à fratura, característica do material), para, mediante essa análise, avaliar se ocorreria a ruptura. Lembre-se, também, de que a região de cálculo é bastante próxima à ponta da singularidade, sendo que é esperado, segundo a MFEL, que a tensão tenda ao infinito quando r tende a zero.

Para a geometria 03, o resultado foi tomado a partir do GRÁFICO 12. A região considerada no cálculo foi a mesma para geometria 01 e o valor de $-\delta$, em reflexo da mesma geometria e malha locais, resultou no mesmo $-0,487$, portanto com erro de 2,60%. O FIT foi de $K_I = 1,4568$ ($\sqrt{2\pi}$) = 3,652 MPa.m^{1/2}.

GRÁFICO 12 – TENSÃO σ_x NO INTERVALO ESCOLHIDO PARA A GEOMETRIA 03

FONTE: O Autor (2019).

Os resultados para as duas geometrias foram, portanto, os apontados na TABELA 10. A discussão desses resultados é realizada, conjuntamente com os valores para os FITGs, na seção 6.3.

TABELA 10 – RESULTADOS DO FIT (REGIÃO A) PARA AS GEOMETRIAS DE INTERESSE

Geometria	K_I (MPa.m ^{1/2})	$-\delta$ (ajustado)	$-\delta$ (conhecido)	Erro em $-\delta$ (%)
01	5,908	-0,487	-0,5	2,60
03	3,652			

FONTE: O Autor (2019).

6.2 OBTENÇÃO DOS FITGs

À semelhança do empregado para o FIT e conforme descrito na seção 2.2.2, os FITGs foram obtidos por uma técnica local, com pós-processamento dos dados da simulação em MEF, em um ajuste por mínimos quadrados. O cálculo dos FITGs, contudo, demanda ajustar vários K_k concomitantemente e, para tanto, é necessário considerar os expoentes característicos λ_k , que assinalam as condições de singularidade da quina, razão pela qual foi desenvolvido o programa em Python apresentado no capítulo anterior.

Analogamente ao realizado na seção 6.1, algumas considerações são feitas sobre o método de extração dos FITGs para, na sequência, apresentar o cálculo desses parâmetros às geometrias de interesse.

6.2.1 Método de extração dos FITGs

Retomando a expressão que rege as tensões em função dos FITGs, tem-se a equação 6.4:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^n \frac{K_k}{r^{1-\lambda_k}} f_{ij}^k(\theta) \quad 6.4$$

De posse dos expoentes característicos, antes de se tratar diretamente da obtenção dos FITGs, ainda são necessárias algumas considerações sobre a outra variável a princípio desconhecida em 6.4: as funções características, $f_{ij}^k(\theta)$.

Ao tratar desse assunto, Barroso (2007) observa uma disparidade entre o estado da arte disponível à época para os λ_k , mais rico, em relação ao disponível para a avaliação das funções características e dos próprios FITGs. Da revisão bibliográfica por ele realizada, destacam-se os trabalhos de Helssing e Jonsson (2002), que afirmam ser de qualidade questionável muitos dos resultados numéricos encontrados na literatura, e o de Yosibash e Szabo (1996), que aclaram a dependência por vezes desprezada dos FITGs para com as funções características.

Essas funções são diretamente relacionadas aos autovetores associados aos autovalores λ_k e, conforme a complexidade do problema, seu cálculo analítico se torna inviável. Nesse caso, torna-se necessário levantá-las numericamente, minorando a confiabilidade dos resultados muitas vezes encontrados. Mais do que isso, seguindo Yosibash e Szabo (1996), tais funções dependem de uma constante multiplicadora para restarem perfeitamente definidas e, do valor dessa constante, depende diretamente a ordem de grandeza dos FITGs. Assim, pouca serventia possui apresentar o valor destes sem apresentar também as funções características do problema, como por vezes ocorre na literatura.

Pageau et al. (1996) também tratam o problema e, considerando as dificuldades práticas envolvendo as funções características, com especial atenção aos casos em que há ocorrência de raízes imaginárias, apresentam uma proposta de normalização, que foi adotada por Barroso (2007). Como essa normalização se aprofunda na busca de abranger a expressão padronizada de tensões e deslocamentos para funções características complexas, e considerando que as raízes

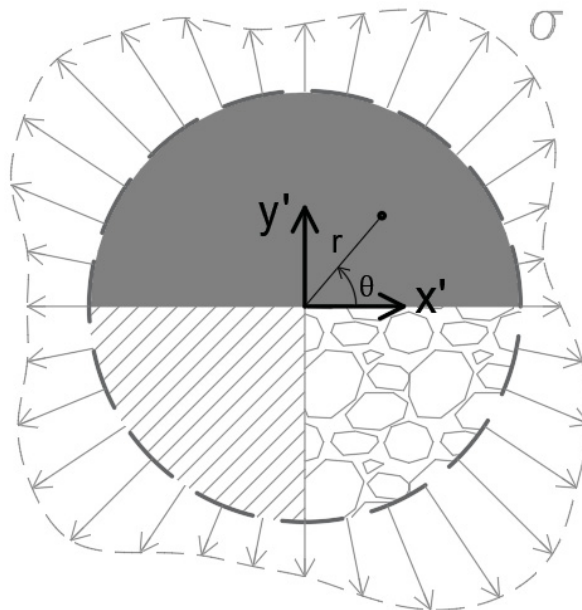
para o problema em estudo resultaram reais puras, essa técnica não será apresentada aqui em detalhes.

Fato é que as constantes que compõem o autovetor de que se obtêm as funções características necessitam ser normalizadas, sendo necessário, ao apresentar os valores obtidos dos FITGs, informar o critério adotado. Isto pode ser feito tomando um valor específico a uma das funções características para um determinado alinhamento (normalmente $\theta = 0^\circ$), como em Reedy (1990) e Vicentini (2012). Para este último trabalho, em especial, toma-se $f_{\theta\theta^k}(0^\circ) = (2\pi)^{\lambda_k-1}$, de modo a que as tensões circunferenciais nesse alinhamento possam ser expressas na forma:

$$\sigma_{\theta\theta}(r, 0^\circ) = \sum_{k=1}^n \frac{K_k}{(2\pi r)^{1-\lambda_k}} \quad 6.5$$

Assim, embora as funções características sejam essenciais para expressar o campo de tensões e deslocamentos em todas as direções a partir de uma singularidade, basta a definição de apenas uma dessas funções, em um alinhamento, para avaliar os valores dos FITGs, que é o último objetivo específico deste trabalho. Para tanto, observe-se a FIGURA 66.

FIGURA 66 – EIXOS LOCAIS PARA CÁLCULO DOS FITGs DA QUINA TRIMATERIAL



FONTE: O Autor (2019).

Os eixos locais x' e y' foram orientados segundo a direção dos eixos globais, diferindo apenas na origem, deslocada para a quina trimaterial. Desse modo, o alinhamento $\theta = 0^\circ$ corresponde à interface entre o concreto asfáltico e a base de brita. Considerando que as tensões axiais em x são as mais importantes no problema em análise e que correspondem às tensões circunferenciais se tomadas ao longo de y' , este alinhamento foi preferido para o cálculo dos FITGs. Dessa forma, embora seja mais usual a normalização em $\theta = 0^\circ$, entendeu-se mais conveniente adotá-la em $\theta = 90^\circ$, considerando, analogamente a Vicentini (2012), $f_{\theta\theta^k}(90^\circ) = (2\pi)^{\lambda_k-1}$.

Assim, resta tratar do método adotado de extração dos FITGs a partir do modelo em elementos finitos. Seguindo Barroso (2007), em especial no modo como descrito em Barroso et al. (2012a), o método corresponde, em essência, ao desenvolvido por Munz e Yang (1993), que apresentaram uma técnica de cálculo simultâneo dos vários K_k , em função de tensões obtidas pelo MEF. Barroso et al. (2012a) expandem essa abordagem para utilizar as tensões, os deslocamentos ou ambos esses dados.

O objetivo da técnica é minimizar uma função de erro $J(K_1, \dots, K_M) = aJ_u(K_1, \dots, K_M) + bJ_\sigma(K_1, \dots, K_M)$, com $(a,b \geq 0)$ e construída com as somas dos quadrados das diferenças nos deslocamentos (J_u) e nas tensões (J_σ), na forma:

$$J_u(K_1, \dots, K_M) = \sum_{\alpha=r,\theta} \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_\theta} a_\alpha [u_\alpha^{série}(r_i, \theta_j, K_1, \dots, K_M) - u_\alpha^{MEF}(r_i, \theta_j)]^2$$

$$J_\sigma(K_1, \dots, K_M) = \sum_{\alpha=r,\theta} \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_\theta} b_\alpha [\sigma_\alpha^{série}(r_i, \theta_j, K_1, \dots, K_M) - \sigma_\alpha^{MEF}(r_i, \theta_j)]^2$$
6.6

em que N_θ e N_r são, respectivamente, o número de alinhamentos e o número de nós em cada alinhamento empregados no cálculo; $u_\alpha^{série}$ e $\sigma_\alpha^{série}$ são os deslocamentos e tensões expressos na forma analítica e u_α^{MEF} e σ_α^{MEF} são os deslocamentos e tensões extraídos do modelo numérico, aqui expressos em referência à técnica em elementos finitos. As escolhas usuais para os pesos a e b , segundo Barroso et al. (2012a) são $(a,b) = (0,1)$, $(a,b) = (1,0)$ ou $(a,b) = (L^{-2}, \sigma^{-2})$, em que L e σ são uma dimensão e um valor de tensão característicos, que fazem com que as tensões e os deslocamentos na formulação apresentem a mesma ordem de grandeza.

Como, neste trabalho, apenas serão empregadas as tensões circunferenciais para o cálculo, então $(a,b) = (0,1)$ e $(b_\theta, b_r) = (1,0)$. Os FITGs que minimizam a função de erro J são obtidos da solução de um sistema de equações dado por:

$$\frac{\partial J(K_1, \dots, K_M)}{\partial K_j} = 0 \quad (j = 1, \dots, M) \quad 6.7$$

Já o valor de $\sigma_\theta^{\text{série}}$ pode ser expresso na forma:

$$\sigma_\theta^{\text{série}}(r_i, \theta) = \sum_{k=1}^M \frac{K_k}{r^{1-\lambda_k}} f_\theta^k(\theta) = \sum_{k=1}^M a_{nk} K_k \quad 6.8$$

de modo que as equações que compõem o sistema em 6.7 tenham a forma:

$$\frac{\partial J}{\partial K_j} = 2 \sum_{n=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^M a_{nk} K_k a_{nj} - a_{nj} \sigma_\theta^{MEF}(n) \right\} = 0 \quad 6.9$$

A avaliação dos coeficientes a_{nk} e dos somatórios pode ser feita de maneira bastante prática em um *software* comercial convencional de cálculo de planilhas, como o Excel. Assim, para as considerações específicas já adotadas nesta pesquisa e expandindo 6.7 conforme 6.9, o cálculo dos FITGs para $M = 2$ é dado diretamente pela resolução do sistema:

$$\begin{bmatrix} \sum a_{n1}^2 & \sum a_{n1} a_{n2} \\ \sum a_{n1} a_{n2} & \sum a_{n2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum a_{n1} \sigma_\theta^{MEF}(n) \\ \sum a_{n2} \sigma_\theta^{MEF}(n) \end{bmatrix} \quad 6.10$$

com $n = (1, \dots, N_r)$ e sendo:

$$a_{nk} = \frac{1}{r_i^{1-\lambda_k}} f_\theta^k(\theta = 90^\circ) = \frac{1}{(2\pi r_i)^{1-\lambda_k}} \quad 6.11$$

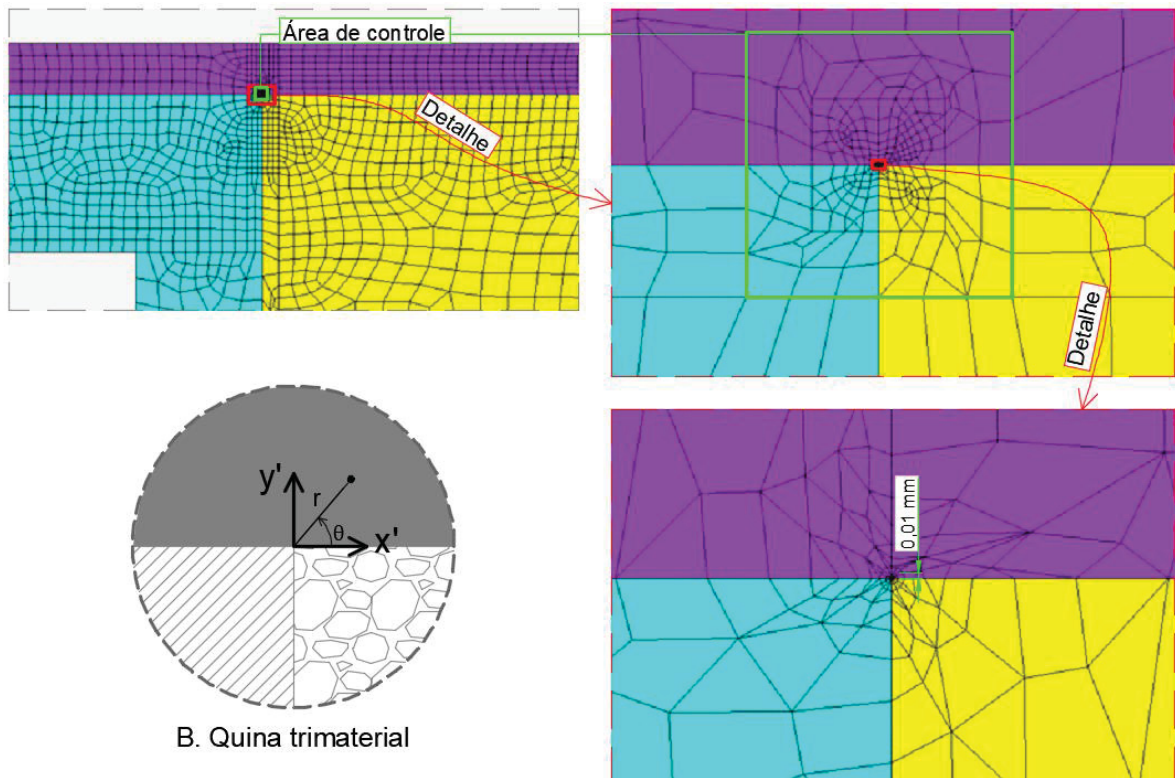
Para $M = 3$, o sistema de equações ganha a forma:

$$\begin{bmatrix} \sum a_{n1}^2 & \sum a_{n1}a_{n2} & \sum a_{n1}a_{n3} \\ \sum a_{n1}a_{n2} & \sum a_{n2}^2 & \sum a_{n2}a_{n3} \\ \sum a_{n1}a_{n3} & \sum a_{n2}a_{n3} & \sum a_{n3}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum a_{n1}\sigma_{\theta}^{MEF}(n) \\ \sum a_{n2}\sigma_{\theta}^{MEF}(n) \\ \sum a_{n3}\sigma_{\theta}^{MEF}(n) \end{bmatrix} \quad 6.12$$

6.2.2 FITGs para as geometrias de interesse

A malha em torno da quina trimaterial foi modelada semelhante à da singularidade na ponta da fissura, com o emprego do comando KSCON e com os menores elementos finitos com dimensão principal de 0,01 mm, empregando algumas áreas de transição para compatibilizar essa região com o restante da malha. O número total de nós do modelo 2D ficou em 35 242, para a geometria 01, e 37 243, para a geometria 03. Apenas na região de controle de ambas as geometrias, foram 1131 nós. A FIGURA 67 apresenta alguns detalhes dessa malha.

FIGURA 67 – DETALHE DA MALHA EMPREGADA PARA OBTENÇÃO DOS FITGs

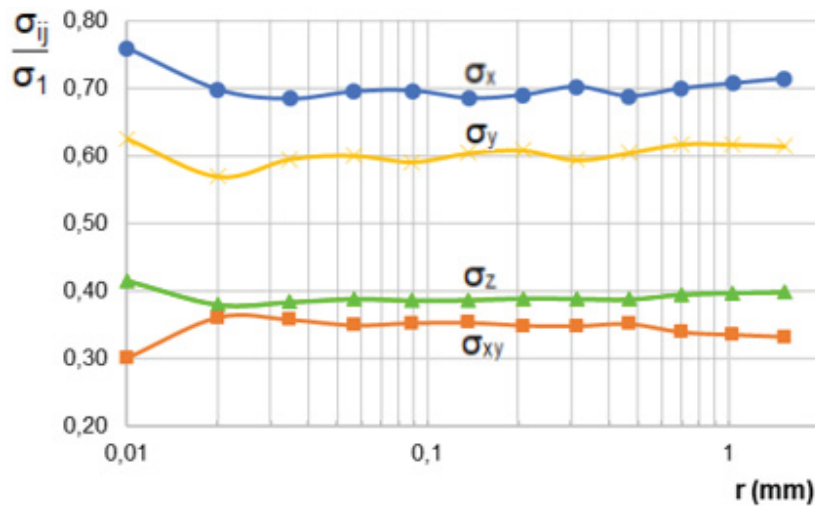


FONTE: O Autor (2019).

6.2.2.1 Geometria 01

Inicialmente para a geometria 01 (SLT), tomadas as tensões nos pontos ao longo de y' , o GRÁFICO 13 apresenta as tensões σ_x e σ_y (correspondentes respectivamente a, nesse alinhamento, σ_θ e σ_r) e as tangenciais σ_{xy} , normalizadas pelas tensões principais. Sendo o modelo em EPD, há também a ocorrência de tensões transversais (σ_z).

GRÁFICO 13 – TENSÕES σ_x , σ_y E σ_z E TANGENCIAL σ_{xy} NORMALIZADAS EM RELAÇÃO À TENSÃO PRINCIPAL σ_1



FONTE: O Autor (2019).

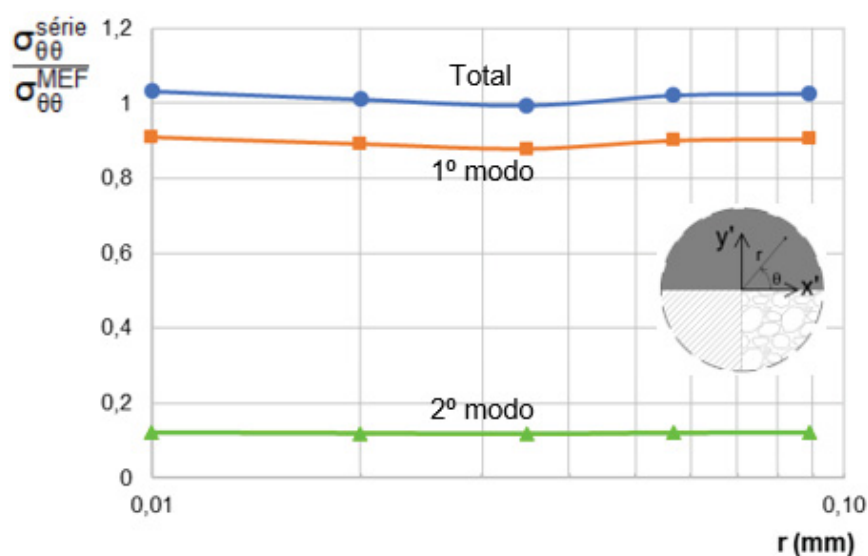
Percebe-se uma leve preponderância das tensões σ_x , confirmando-as como as mais importantes no problema em estudo. Calculando os FITGs para a consideração dos dois primeiros modos (ou seja, para $\lambda_1 = 0,57520$ e $\lambda_2 = 0,66507$), segundo 6.10, obtiveram-se os resultados de $K_1 = 0,89866 \text{ MPa.m}^{0,42480}$ e $K_2 = 0,12047 \text{ MPa.m}^{0,33493}$. Para tanto, o intervalo considerado no cálculo foi de $r = 0,01 \text{ mm}$ a $0,089 \text{ mm}$. As tensões circunferenciais, portanto, resultaram expressas na forma:

$$\sigma_\theta(r, 90^\circ) = \sum_{k=1}^2 \frac{K_k}{(2\pi r)^{1-\lambda_k}} = \frac{0,89866}{(2\pi r)^{0,42480}} + \frac{0,12047}{(2\pi r)^{0,33493}} \quad 6.13$$

A qualidade do ajuste pode ser apreciada mediante a normalização das tensões locais obtidas por 6.13 em relação às extraídas do modelo em elementos

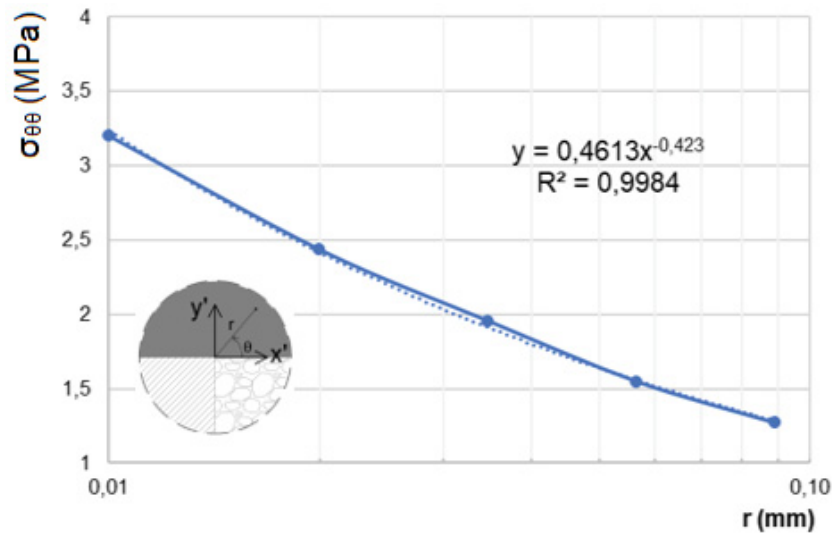
finitos. O GRÁFICO 14 apresenta a normalização para esse ajuste, bem como para a contribuição de cada uma das parcelas em 6.13. Quanto mais próximo à unidade, melhor se verifica o ajuste, no caso da curva com a soma das parcelas, ou maior a preponderância de um dos FITGs, para as curvas dos modos plotados individualmente.

GRÁFICO 14 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF



FONTE: O Autor (2019).

Além do bom ajuste no total das parcelas, percebe-se que a contribuição do primeiro modo foi muito mais significativa que a do segundo, pelo que se testou o ajuste com apenas um FITG. Embora o cálculo pudesse ser feito fixando o valor conhecido de λ_1 , optou-se por realizá-lo segundo o mesmo método empregado na avaliação do FIT na fissura, buscando verificar o ajuste também em δ , cujo valor esperado é $\delta = 1 - 0,5752 = 0,4248$. Para o mesmo intervalo de $r = 0,01$ mm a 0,089 mm, o GRÁFICO 15 apresenta a curva resultante:

GRÁFICO 15 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS PARA CÁLCULO DE K_1 

FONTE: O Autor (2019).

Para esse ajuste, o FITG resultou em $K_1 = 0,4613 (2\pi)^{0,4248} = 1,00705$ MPa.m^{0,42480}. Ainda, percebe-se um ótimo ajuste de δ (expoente da equação no GRÁFICO 15) e uma correlação bastante forte, com R^2 de 0,9984.

A diferença entre o K_1 obtido com dois modos e com apenas um modo ficou em 10,7%. Buscou-se variar o intervalo considerado no cálculo com os dois modos e o comportamento dos FITGs se mostrou estável em relação ao predomínio de K_1 , porém com alguma oscilação nos valores. A definição do intervalo mais adequado aos FITGs é mais difícil que para o FIT, em que se possui uma referência no comprimento da fissura, além de que a tensão ser dada em função de mais de uma parcela dificulta a percepção visual do intervalo adequado no gráfico.

A TABELA 11 apresenta os resultados para os dois primeiros testes citados e acrescenta o cálculo com dois modos também para os intervalos de $r = 0,01$ mm a 0,21 mm e $r = 0,02$ mm a 0,21 mm.

TABELA 11 – RESULTADOS INICIAIS DOS FITGs PARA A GEOMETRIA 01

Malha		K_1 (MPa.m ^{1-λ_k})	K_2 (MPa.m ^{1-λ_k})	Dif. de K_1 p/ o K_1 com um só modo (%)
Dimensão de referência (mm)*	Intervalo de r (mm)			
0,01	0,01 a 0,089	1,00705	–	–
0,01	0,01 a 0,089	0,89866	0,12047	10,7
0,01	0,01 a 0,21	0,93641	0,07406	7,0
0,01	0,02 a 0,21	1,08157	–0,08384	7,4

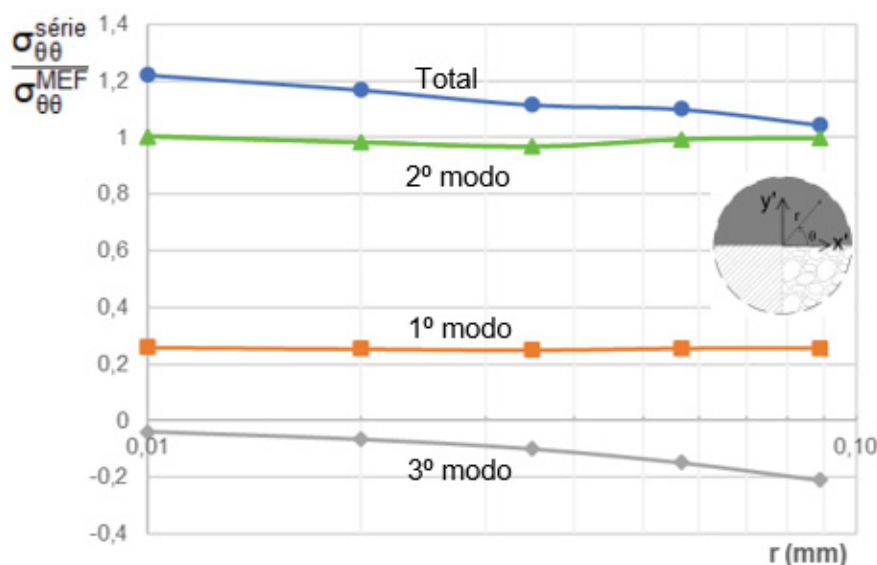
*do menor elemento da malha

FONTE: O Autor (2019).

Embora já perceptível a desnecessidade de empregar mais modos para expressar a tensão, para fins de análise, buscou-se calcular os FITGs para três modos, ou seja, passando a considerar também $\lambda_3 = 1,32158$. Aplicando 6.12 e considerando inicialmente o intervalo de $r = 0,01$ mm a 0,089 mm, os resultados obtidos foram: $K_1 = 0,25489 \text{ MPa.m}^{0,42480}$, $K_2 = 0,99067 \text{ MPa.m}^{0,33493}$ e $K_3 = -0,32123 \text{ MPa.m}^{-0,32158}$.

De imediato, percebe-se a disparidade em relação aos resultados anteriores, mais do que nos valores, no comportamento dos modos. Tal fato fica claro ao se observar o GRÁFICO 16. O terceiro modo se mostrou de fato inexpressivo, porém houve uma inversão de predominância entre os dois primeiros modos e o ajuste da curva total é ruim em comparação ao que se observava no GRÁFICO 14.

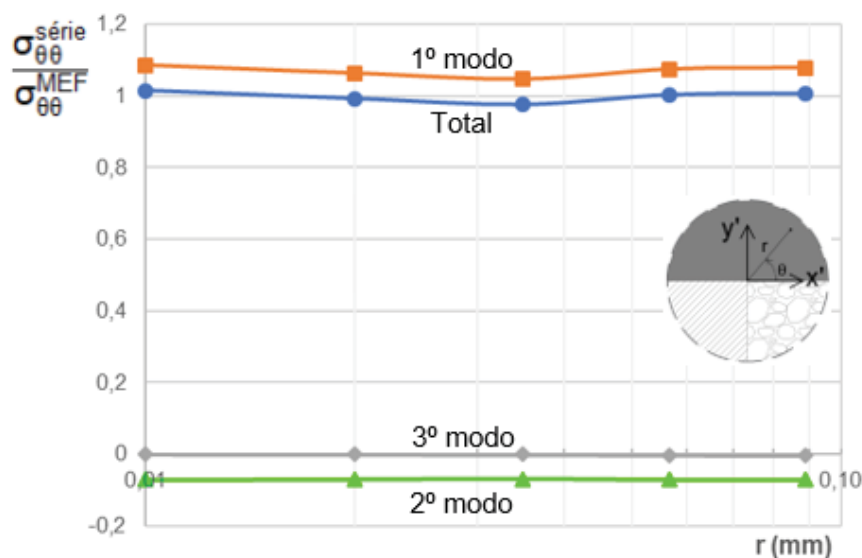
GRÁFICO 16 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF



FONTE: O Autor (2019).

Variando os intervalos considerados no cálculo, o que se percebeu foi uma grande sensibilidade a pequenas alterações desse critério. Para $r = 0,02$ mm a 0,21 mm, obteve-se $K_1 = 1,07108 \text{ MPa.m}^{0,42480}$, $K_2 = -0,07058 \text{ MPa.m}^{0,33493}$ e $K_3 = -0,00296 \text{ MPa.m}^{-0,32158}$, ou seja, um resultado muito próximo ao que se havia obtido para o mesmo intervalo no cálculo com dois modos. O ajuste da curva total também esteve bastante próximo à unidade para esses valores (GRÁFICO 17).

GRÁFICO 17 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF



FONTE: O Autor (2019).

Ocorre que, conforme referido anteriormente, quanto maior o valor de um λ_k em relação aos outros autovalores, menos influência ele exerce sobre o campo de tensões próximo ao ponto de concentração. Isto ocorre mesmo entre dois λ_k singulares, quanto mais para um autovalor que não gera singularidade. Dada a distância entre o λ_3 e o λ_2 para o problema em estudo, a terceira parcela se torna pouco relevante e prejudica a sensibilidade do ajuste dos K_k .

A fim de concluir esta etapa de análise para a geometria 01, realizou-se ainda uma última investigação. Em face das oscilações dos valores ainda verificadas no cálculo com dois modos, buscou-se refinar ainda mais a malha local a fim de observar se os resultados ficariam mais estáveis. Desse modo, a malha, que antes partia de um elemento junto à singularidade com dimensão de referência de 0,01 mm, foi refinada para um menor elemento de 0,004 mm junto à quina.

A TABELA 12 recupera os resultados apresentados até aqui e acrescenta alguns testes com a malha mais refinada. Variando os intervalos para esta, observou-se que os FITGs oscilaram pouco ao incluir nós distantes da singularidade, oscilando mais quando excluídos os nós mais próximos a ela.

TABELA 12 – VARIAÇÃO DOS RESULTADOS DOS FITGs PARA A GEOMETRIA 01

Malha		K_1 (MPa.m ^{1-λ_k})	K_2 (MPa.m ^{1-λ_k})	K_3 (MPa.m ^{1-λ_k})
Dimensão de referência (mm)*	Intervalo de r (mm)			
0,01	0,01 a 0,089	1,00705	—	—
0,01	0,01 a 0,089	0,89866	0,12047	—
0,01	0,01 a 0,21	0,93641	0,07406	—
0,01	0,02 a 0,21	1,08157	-0,08384	—
0,01	0,01 a 0,089	0,25489	0,99067	-0,32123
0,01	0,02 a 0,21	1,07108	-0,07058	-0,00296
0,004	0,004 a 0,067	1,03117	-0,0227	—
0,004	0,012 a 0,067	1,10016	-0,10611	—
0,004	0,019 a 0,148	0,98968	0,01171	—

*do menor elemento da malha

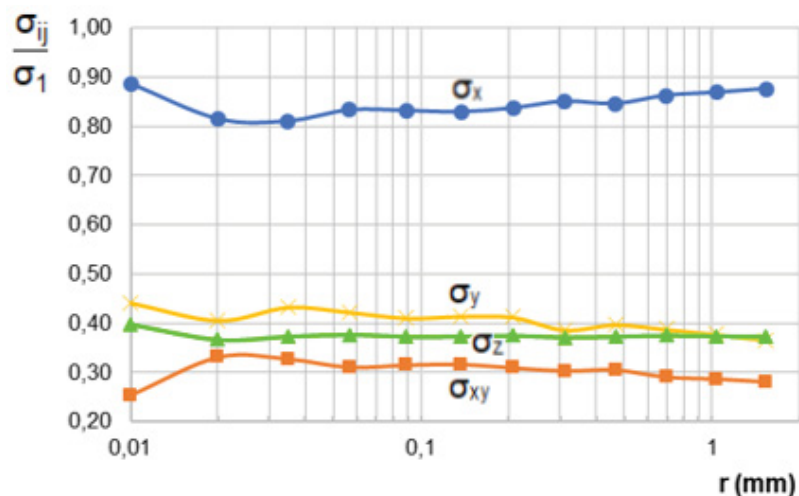
FONTE: O Autor (2019).

A oscilação de fato foi menor com mais refinamento, porém o comportamento percebido foi o mesmo da malha anterior, já bastante densa. Ou seja, a expressão de $\sigma_\theta(r, 90^\circ)$ é suficientemente satisfeita pelo primeiro modo, referente a $\lambda_1 = 0,57520$, ao qual se toma o resultado de $K_1 = 1,00705 \text{ MPa.m}^{0,42480}$.

6.2.2.2 Geometria 03

Repetindo o procedimento para geometria 03 (LTSR), tomadas as tensões nos pontos ao longo de y' , o GRÁFICO 18 apresenta as tensões em x e y (correspondentes respectivamente a σ_θ e σ_r) e as tangenciais em xy, normalizadas pelas tensões principais. Sendo o modelo em EPD, há também a ocorrência de tensões transversais (em z).

GRÁFICO 18 – TENSÕES σ_x , σ_y E σ_z E TANGENCIAL σ_{xy} NORMALIZADAS EM RELAÇÃO À TENSÃO PRINCIPAL σ_1

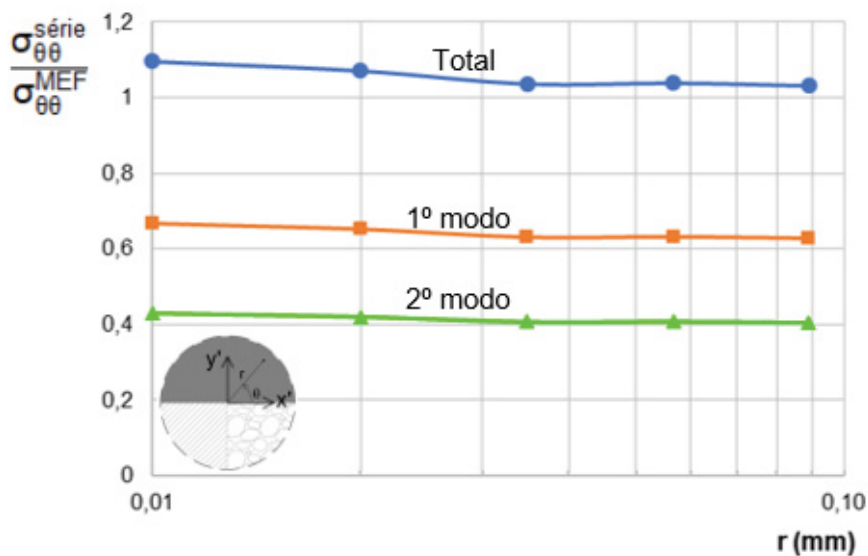


FONTE: O Autor (2019).

Também para esta geometria está confirmada a preponderância das tensões axiais em x, com ainda maior relevância do que na geometria 01. Calculando os FITGs para a consideração dos dois primeiros modos, segundo 6.10 e para o intervalo de $r = 0,01$ mm a 0,089 mm, obtiveram-se os resultados de $K_1 = 0,14359 \text{ MPa.m}^{0,42480}$ e $K_2 = 0,09268 \text{ MPa.m}^{0,33493}$.

A normalização do ajuste e das parcelas referentes a cada modo em relação aos valores do modelo em elementos finitos está apresentada no GRÁFICO 19.

GRÁFICO 19 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF



FONTE: O Autor (2019).

Percebe-se que, para esses resultados de K_k , ambos os modos tiveram relevância na composição das tensões, com participação maior do primeiro. Ainda, a oscilação dos resultados foi bem menor do que no cálculo para a geometria 01. Empregando os demais intervalos utilizados naquela análise, os resultados estão apresentados na TABELA 13.

TABELA 13 – RESULTADOS INICIAIS DOS FITGs PARA A GEOMETRIA 03

Malha		K_1 (MPa.m ^{1-λ_k})	K_2 (MPa.m ^{1-λ_k})
Dimensão de referência (mm)*	Intervalo de r (mm)		
0,01	0,01 a 0,089	0,14359	0,09268
0,01	0,01 a 0,21	0,14504	0,09090
0,01	0,02 a 0,21	0,15431	0,08082

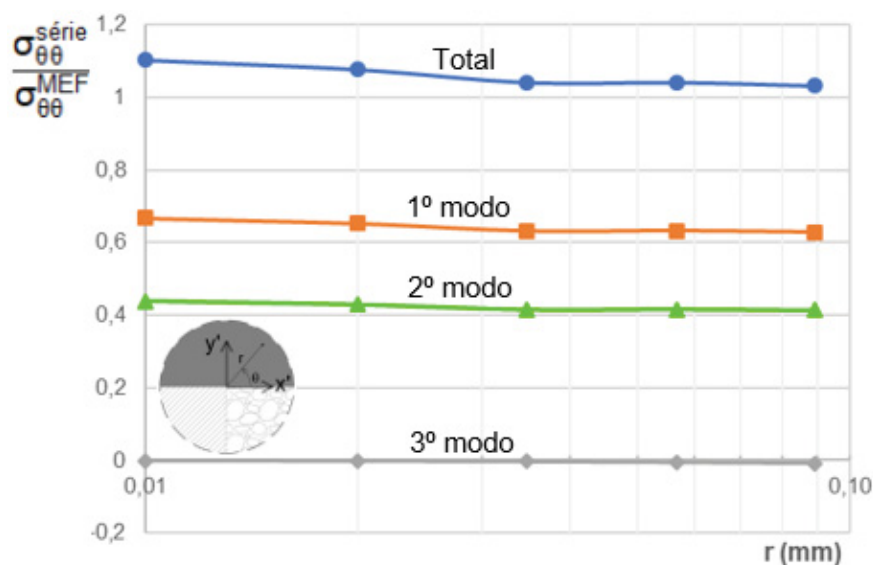
*do menor elemento da malha

FONTE: O Autor (2019).

No cálculo com três modos, os resultados foram semelhantes ao observado na análise da geometria 01. Para o intervalo de $r = 0,01$ mm a $0,089$ mm, os resultados obtidos foram: $K_1 = 0,07393$ MPa.m^{0,42480}, $K_2 = 0,18685$ MPa.m^{0,33493} e $K_3 = -0,03476$ MPa.m^{-0,32158}. Ou seja, disparidade no comportamento dos modos, com o segundo se sobressaindo ao primeiro.

Também se observou uma grande variação nos valores em função do intervalo considerado. O melhor resultado se obteve para o intervalo de $r = 0,02$ mm a $0,21$ mm, com $K_1 = 0,14351$ MPa.m^{0,42480}, $K_2 = 0,09446$ MPa.m^{0,33493} e $K_3 = -0,00304$ MPa.m^{-0,32158}, portanto guardando a relação de predominância entre K_1 e K_3 e confirmando a desnecessidade de consideração do terceiro modo. A normalização para este último resultado está representada no GRÁFICO 20.

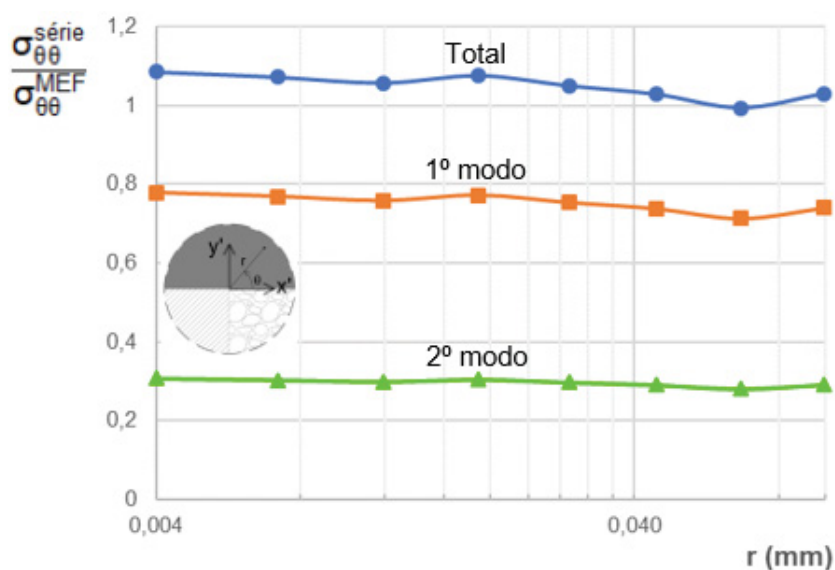
GRÁFICO 20 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF



FONTE: O Autor (2019).

O cálculo para dois modos ainda foi repetido para a malha refinada localmente com o menor elemento de 0,004 mm de dimensão principal. Para $r = 0,004$ mm a 0,067 mm, obteve-se $K_1 = 0,16735 \text{ MPa.m}^{0,42480}$ e $K_2 = 0,06592 \text{ MPa.m}^{0,33493}$, mantendo a coerência com os resultados da primeira malha, embora indicando uma predominância um pouco mais acentuada do primeiro modo (conforme GRÁFICO 21). Outros resultados estão apresentados na TABELA 14, juntamente com os demais elencados até este ponto.

GRÁFICO 21 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF



FONTE: O Autor (2019).

TABELA 14 – VARIAÇÃO DOS RESULTADOS DOS FITGs PARA A GEOMETRIA 03

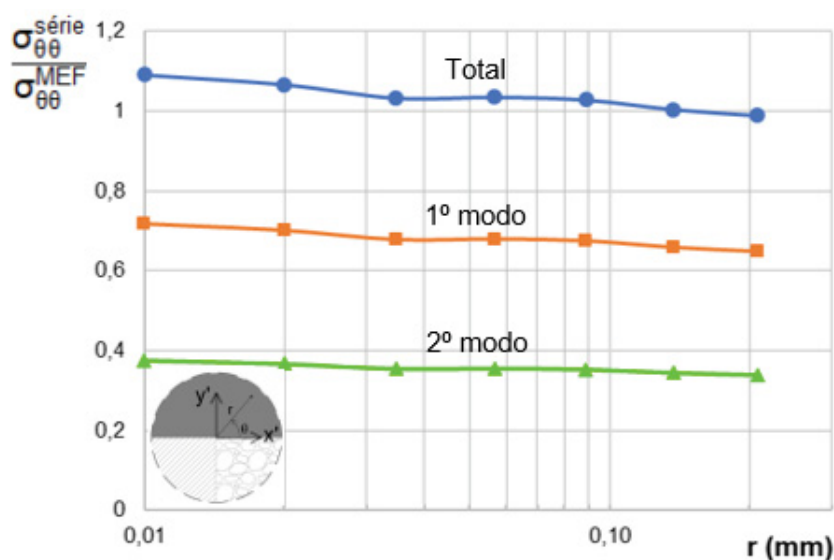
Malha		K_1 (MPa.m ^{1-λ_k})	K_2 (MPa.m ^{1-λ_k})	K_3 (MPa.m ^{1-λ_k})
Dimensão de referência (mm)*	Intervalo de r (mm)			
0,01	0,01 a 0,089	0,14359	0,09268	–
0,01	0,01 a 0,21	0,14504	0,09090	–
0,01	0,02 a 0,21	0,15431	0,08082	–
0,01	0,01 a 0,089	0,07393	0,18685	–0,03476
0,01	0,02 a 0,21	0,14351	0,09446	–0,00304
0,004	0,004 a 0,067	0,16735	0,06592	–
0,004	0,012 a 0,067	0,14722	0,08949	–
0,004	0,019 a 0,148	0,16014	0,07372	–

*do menor elemento da malha

FONTE: O Autor (2019).

Realizando um cálculo de desvio padrão para os resultados apresentados para dois modos com diferentes intervalos, para as malhas mais e menos refinadas, o melhor ajuste esteve no intervalo de $r = 0,02$ mm a $0,21$ mm, para a primeira malha, com $K_1 = 0,15431$ MPa.m^{0,42480} e $K_2 = 0,08082$ MPa.m^{0,33493}. Estes valores são, portanto, tomados como o resultado para a geometria 03 e sua normalização está registrada no GRÁFICO 22.

GRÁFICO 22 – TENSÕES CIRCUNFERENCIAIS AJUSTADAS, NORMALIZADAS EM RELAÇÃO ÀS TENSÕES PELO MEF

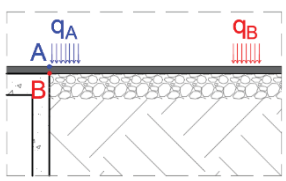
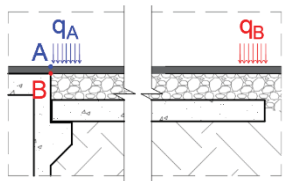




FONTE: O Autor (2019).

6.3 DISCUSSÃO

O QUADRO 5 recupera e resume os resultados finais da discussão nos itens 6.1 e 6.2.

QUADRO 5 – RESUMO DOS RESULTADOS

				
			Geometria 01	Geometria 03
	A. Fissura superficial	λ	0,5	0,5
		K_I (MPa.m ^{1/2})	5,908	3,652
	B. Quina trimaterial	λ_1	0,57520	0,57520
		λ_2	0,66507	0,66507
		λ_3	1,32158	1,32158
		K_1 (MPa.m ^{1-λ_k})	1,00705	0,15431
		K_2 (MPa.m ^{1-λ_k})	—	0,08082

FONTE: O Autor (2019).

Inicialmente considerando os FITs (região A), rememora-se que a introdução de uma fissura hipotética objetivou complementar a análise global das geometrias, posto que, além do problema de singularidade nas quinas locais, observou-se um pico de tração na superfície do concreto asfáltico para carregamentos próximos ao encontro entre rodovia e ponte. Dessa forma, os resultados de K_I para as duas geometrias evidenciaram o maior potencial de fissuração superficial da geometria 01, sem laje de transição. O FIT para essa geometria resultou 65,86% superior ao da geometria 03.

Embora esse estudo considere mais diretamente um potencial de propagação do que de iniciação propriamente dita da fissura, há que se ponderar que falhas iniciais de ordem milimétrica, como a aqui considerada, são características ordinárias do próprio concreto asfáltico, um material heterogêneo que é aplicado e compactado a valores de temperatura acima dos 100° C. Dessa forma, é natural que concentrações de tensões superficiais, devido ao carregamento e a uma interação multimaterial

globais, tornem-se ainda mais acentuadas no entorno desses defeitos e favoreçam a propagação de fissuras. Tal fato torna tão corriqueira a observação de fissuras em cabeceiras de pontes, como aquelas observadas nas fotos do início deste trabalho (FIGURA 2).

Considerando que o pior caso para esse problema foi aquele em que a roda esteve próxima ao encontro entre a rodovia e a ponte, pode-se ponderar que o efeito positivo do uso da laje de transição esteve relacionado ao aumento da rigidez das camadas subjacentes ao revestimento do pavimento, mais do que à configuração do fluxo das cargas no dispositivo. Estando evidente que, entre as duas geometrias ensaiadas, a com laje de transição é favorável à redução do problema de fissuração, é possível ponderar que o emprego de uma base ou uma sub-base de alta rigidez no pavimento poderia eventualmente também produzir resultados desejáveis, o que pode ser objeto de uma investigação futura.

Há que se pontuar, também, que a calibração do método de extração do FIT auxiliou na adoção de alguns critérios para a obtenção dos FITGs, especialmente na modelagem da malha local em torno das quinas. Recuperando os resultados para estes (conforme QUADRO 5), considerou-se, para a geometria 01, suficiente a expressão em um modo, com $K_1 = 1,00705 \text{ MPa.m}^{0,42480}$, enquanto, para a geometria 03, tomou-se uma solução em dois modos, com $K_1 = 0,15431 \text{ MPa.m}^{0,42480}$ e $K_2 = 0,08082 \text{ MPa.m}^{0,33493}$.

A comparação dos dois valores de K_1 evidencia uma intensidade de tensão bastante superior para esse modo na primeira geometria (552,6% maior). Considerar a não participação de um segundo modo na primeira geometria prejudica a comparação de K_2 , mas sendo a singularidade desse modo mais fraca e dada sua participação na composição das tensões da geometria 03 no GRÁFICO 22, está claro que o potencial de iniciação de defeitos junto à quina trimaterial da geometria 01 é significativamente mais relevante.

A simplificação do segundo modo na geometria 01 ocorre, de fato, pela relação de predominância do primeiro modo e não pelo valor absoluto de K_2 obtido em alguns dos ajustes com dois modos. Considerar um modo relevante, na geometria 01, e dois modos relevantes, na geometria 03, implica que a maneira com que os defeitos se iniciarão e se propagarão a partir da quina será diferente para as duas geometrias, independentemente do fato de que a primeira tenha o maior potencial de fissuração. Em uma analogia com o FIT da Mecânica da Fratura clássica, é como se,

na geometria 01, a fissura se propagasse quase que inteiramente pelo modo de abertura, enquanto, na geometria 03, o percurso da fissura indicasse uma influência significativa também do modo de cisalhamento.

Uma comparação entre os resultados obtidos para a fissura e para a quina não pode ser feita diretamente, uma vez que os FITGs possuem unidade diferente dos FITs e o cálculo destes foi realizado mediante a consideração de uma fissura de comprimento arbitrado. De qualquer forma, a ordem de singularidade ($\delta = 1 - \lambda_k$) da quina trimaterial esteve abaixo do valor da fissura, posto que $\lambda_1 > 0,5$, o que indica uma menor “força” da quina ao gerar uma singularidade. Além disso, considerando que, como já citado, fissuras de ordem milimétrica são corriqueiras na superfície do concreto asfáltico, bem como dada a ordem de grandeza dos FITs em relação aos FITGs, pode-se ponderar que o potencial de fissuração na superfície das geometrias é superior ao da fibra inferior do concreto asfáltico, junto à quina.

Fato é que, embora a fissura superficial tenda a se propagar mais rapidamente, a singularidade junto à quina indica a formação de uma fissura também de baixo para cima no concreto asfáltico. As duas fissuras, crescentes com a repetição das cargas do tráfego, podem se encontrar em certo momento, fazendo romper completamente o revestimento asfáltico e, assim, abrir um caminho à percolação de água e ao desenvolvimento de defeitos mais graves.

Das soluções de engenharia possíveis de se adotar nesse problema, pode-se pensar no aumento da rigidez das camadas do pavimento junto à cabeceira da ponte, como já citado, ou em reforços usuais de pavimento, como geogrelhas, que podem retardar o aparecimento de fissuras e, eventualmente, deslocar o surgimento destas para um local mais longe do encontro entre materiais. Por vezes, utilizam-se também juntas de dilatação na área de transição das OAEs, o que, porém, já configura uma geometria de quina multimaterial bastante diferente das duas aqui estudadas. Importante também frisar a importância da utilização da laje de transição, a qual, embora projetada mais especificamente para conter afundamentos junto às cabeceiras das pontes, oferece benefícios também no combate à fissuração nessas áreas.

Mais do que os resultados específicos obtidos para as geometrias, a discussão ao longo da seção 6.2 objetivou também apresentar um método de obtenção dos FITGs que pode ser empregado em diversos problemas com interação

entre materiais, cuja aplicação transcende às quinas de pontes. Assim sendo, são pertinentes algumas considerações sobre o cálculo dos FITGs.

Primeiramente, reitera-se que toda a formulação empregada traz dificuldades de sensibilidade numérica para obtenção dos resultados. O ajuste dos K_k via MEF exige uma malha local bastante densa e a escolha do intervalo de r a se considerar no ajuste (isto é, a dimensão da área, em torno da singularidade, considerada para o cálculo) é menos intuitiva do que na extração do FIT. Pequenas variações desse intervalo podem produzir oscilações importantes nos valores dos FITGs, especialmente quando incluindo parcelas no ajuste com pouca relevância para o cálculo.

Obtidos os FITGs, um inconveniente na comparação simples de seus valores para duas geometrias está na unidade dependente de λ_k (MPa.m^{1- λ_k}), o que não foi um problema para este trabalho porque a geometria das quinas diferia apenas globalmente e não localmente.

Não obstante, superadas essas dificuldades, a obtenção dos FITGs de fato permitiu tecer considerações a respeito do potencial de fissuração na comparação das geometrias em estudo. Cita-se, ainda, que a aplicação destes vai além do que foi apresentado neste trabalho. Por exemplo, calculando-se as demais funções características além da que foi normalizada para a extração dos K_k , é possível expressar todo o campo de deslocamentos e de tensões, em suas várias componentes, ao redor da singularidade. Mais do que isso, estabelecido um método de extração dos FITGs para uma quina local, esta pode ser ensaiada à ruptura para definição um critério de falha à fratura, como fizeram Barroso et al. (2012b) e Vicentini et al. (2012).

Assim, além das conclusões específicas para as geometrias analisadas, os resultados aqui apresentados, em conjunto com a discussão no item 6.2, poderão ser úteis para o aprofundamento do estudo de falha nessas regiões das pontes ou, ainda, para embasar novas pesquisas sobre quinas multimateriais com aplicações bastante diferentes das aqui estudadas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho tinha o objetivo de explorar contribuições que uma abordagem segundo a MFEL, especialmente através do emprego dos FITGs, poderia oferecer ao estudo de iniciação e propagação de defeitos em quinas multimateriais de pontes. Estudadas duas geometrias mais especificamente, estabeleceu-se uma sequência de análise do problema que pode ser estendida futuramente a outras geometrias.

No fechamento deste trabalho, recuperam-se algumas das principais conclusões observadas ao longo do estudo e apresentam-se algumas sugestões para pesquisas futuras.

7.1 CONCLUSÕES

Rememorando alguns dos principais pontos da pesquisa, este trabalho apresentou inicialmente um levantamento de geometrias de interesse para o estudo de quinas multimateriais em pontes, bem como estudou as características dos materiais envolvidos, definindo critérios para permitir sua modelagem.

Ao desenvolver um modelo em elementos finitos em 3D para uma das geometrias, o estado de tensões nas imediações da quina foi estudado, observando, dentre outras anotações, uma maior importância para as tensões longitudinais no modelo. Percebeu-se, especialmente, a possibilidade de reduzir o problema a uma análise 2D, o que se conseguiu realizar, mediante a adoção dos critérios descritos no corpo do trabalho, com uma representação adequada do estado de tensões do modelo tridimensional. Em princípio, a opção por estabelecer o problema em EPT ou em EPD aparentemente não implicaria diferenças significativas no comportamento das tensões no modelo 2D, porém a opção pelo EPD viria a ser julgada conceitualmente mais adequada.

Estudada a geometria 01 do QUADRO 2, sem laje de transição, a geometria 02 chegou a ser simulada, mas foi descartada em função do estado de tensões que apresentou e pelo fato de não ser recomendada em normativos nacionais. Tomada a geometria 03 para a análise, com uma laje de transição separada do revestimento asfáltico por uma base de 30 cm de espessura, a modelagem trouxe a dificuldade

adicional de representar a rótula de apoio da laje, o que foi feito através da inclusão, no modelo, de áreas representando um material de enchimento com baixa rigidez.

Em uma análise de posição crítica de carregamento para as duas geometrias, buscou-se definir as situações que gerassem os maiores esforços de tração tanto na superfície do concreto asfáltico quanto na fibra inferior do revestimento, junto à quina trimaterial local. Dentre as situações ensaiadas, para o primeiro caso, a situação mais crítica ocorreu quando a roda estava relativamente próxima ao encontro da rodovia com a estrutura da ponte, porém não imediatamente adjacente. Para a tração na quina trimaterial, as distâncias de aplicação da carga foram diferentes para as duas geometrias. No caso da configuração 03, especialmente, a situação crítica ocorreu quando a roda estava exatamente junto à projeção da extremidade da laje de transição.

Com as situações de cálculo definidas, os modelos 2D foram refinados localmente para obtenção dos parâmetros da MFEL. Para o cálculo dos FITs, incluído no trabalho para analisar a concentração de tensão observada na fibra superior do revestimento asfáltico, inseriram-se fissuras hipotéticas de 2 mm de comprimento no ponto de máxima tração.

Os resultados indicaram um potencial de fissuração maior para a geometria sem laje de transição. Ponderou-se que o efeito positivo do uso da laje de transição esteve relacionado especialmente ao aumento da rigidez das camadas subjacentes ao revestimento do pavimento, de modo que se pode inferir que o emprego de uma base ou uma sub-base de alta rigidez no pavimento pode também produzir resultados desejáveis.

Para obtenção dos FITGs, foi necessário, anteriormente, desenvolver um programa, em Python 2.7, para cálculo dos expoentes característicos da quina trimaterial local das geometrias. O desenvolvimento desse código, cuja implementação era o segundo objetivo específico deste trabalho, baseou-se em soluções particulares disponíveis na literatura, fornecendo um caminho mais direto para leitores que desejem implementar uma solução para um problema com as mesmas características da quina estudada.

O programa foi validado para uma grande gama de situações ao reproduzir e expandir alguns dos gráficos de Pageau, Joseph e Biggers (1994). Ainda assim, ressaltou-se que é possível ocorrerem situações específicas de cálculo em que eventualmente o programa possa falhar, de modo que é importante que o usuário

possua conhecimento do comportamento habitual das raízes desse tipo de problema. De qualquer modo, o programa se mostrou eficiente para um grande número de situações de ensaio e restará como uma importante ferramenta para pesquisas futuras, permitindo calcular os autovalores tanto para quinas bimateriais quanto trimateriais.

Obtidos os expoentes característicos para a quina trimaterial em estudo, discorreu-se sobre o método de extração via MEF dos FITGs, o qual esteve baseado em Barroso et al. (2012a). Em cumprimento ao último objetivo específico da pesquisa, os FITGs foram obtidos e, a partir dos resultados, teceram-se considerações sobre o potencial de fissuração nas geometrias estudadas. Embora o potencial de fissuração na superfície das geometrias tenha se mostrado maior, a singularidade junto à quina indica a formação de um defeito também a partir da fibra inferior do concreto asfáltico. À medida que as fissuras na superfície do revestimento e junto à quina se propagam, tendem a se encontrar e romper totalmente a seção transversal do concreto asfáltico.

Após discorrer sobre as implicações dos resultados obtidos para as situações específicas ensaiadas, propondo algumas soluções mitigadoras (seção 6.3), foram apresentadas considerações a respeito da relevância da análise do problema em função dos FITGs, especialmente em face da discussão em relação ao método desenvolvido nesta pesquisa para avaliação dos seus valores.

Essas considerações incluíram o relato de dificuldades vivenciadas quanto à sensibilidade numérica da formulação. Outros inconvenientes estão em uma certa subjetividade nos critérios para definição dos intervalos de ajuste dos parâmetros, na necessidade de malhas densas para cálculo a partir das tensões e na própria unidade variável dos FITGs, que por vezes dificulta comparações diretas entre geometrias.

Não obstante, a despeito desses inconvenientes, afirmou-se a utilidade dos FITGs para estudo do potencial de fissuração em quinas multimateriais, com possibilidades de aplicação além das diretamente demonstradas nesta pesquisa. Aliados a um trabalho experimental, os FITGs podem eventualmente ser empregados inclusive para a definição de um critério de falha à fratura das geometrias.

Assim, o principal objetivo deste trabalho foi cumprido, ao se analisar o problema de fissuração na região de transição das pontes segundo a MFEL. Cumpridos também todos os objetivos específicos desta pesquisa, espera-se que este trabalho possa oferecer subsídios a pesquisas futuras que intencionem se basear nos critérios de análise aqui apresentados.

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O método de análise empregado nesta pesquisa pode ser estendido a diversas aplicações de engenharia. Especialmente, o programa implementado em Python 2.7 será uma ferramenta importante para pesquisas futuras. Desse modo, poderiam ser muitas as sugestões de pesquisa derivadas deste trabalho, pelo que se listam a seguir apenas algumas relacionadas mais especificamente ao objeto deste estudo. Sugere-se:

- a) Aplicar o método de análise para as demais geometrias do QUADRO 2 e comparar seus resultados com os das configurações aqui estudadas;
- b) Estudar variações das geometrias simuladas, especialmente o uso de camadas de base ou sub-base de alta rigidez para o pavimento adjacente às cabeceiras da ponte;
- c) Estudar o efeito da incorporação de reforço em geogrelha nas geometrias estudadas;
- d) Desenvolver um programa experimental que permita estudar um critério de falha à fratura para as quinas;
- e) Continuar a desenvolver o programa implementado, eventualmente incorporando o Princípio do Argumento para investigação das raízes, o conceito de matriz de transferência empregado por Barroso (2007) e o cálculo das funções características do problema;
- f) Incorporar ao programa também soluções para materiais anisotrópicos e para interfaces entre os materiais com outras condições de contorno diferentes da de perfeita aderência.

8 REFERÊNCIAS

ADAMS, G. G. Critical value of the generalized stress intensity factor for a crack perpendicular to an interface. **Proceedings of the Royal Society A**, v. 471, p. 1-14, 2015.

AMERI, M.; MANSOURIAN, A.; KHAVAS, M. H.; ALIHA, M. R. M.; AYATOLLAHI, M. R. Cracked asphalt pavement under traffic loading – A 3D finite element analysis. **Engineering Fracture Mechanics**, 78, p. 1817-1826, 2011.

ANSYS INC. **Ansys Mechanical APDL**, versão acadêmica 19.2. Canonsburg, PA, 2018.

ANSYS INC. **Ansys Help. Mechanical APDL 19.2**. 2018. Disponível em: < https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/prod_page.html?pn=Mechanical%20APDL&prodver=19.2&lang=en >. Acesso em 11 mar. 2019.

ARANA, J. L.; GONZÁLEZ, J. J. **Mecánica de Fractura**. Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco, 2002.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento (Versão corrigida). Rio de Janeiro: 2014.

BARROSO, A. **Caracterización de Estados Singulares de Tensión en Esquinas Multimateriales. Aplicación a Uniones Adhesivas con Materiales Compuestos**. 2007. 197 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidad de Sevilla, Sevilha. 2007.

BARROSO, A.; GRACIANI, E.; MANTIČ, V.; PARÍS, F. A least squares procedure for the evaluation of multiple generalized stress intensity factors at 2D multimaterial corners by BEM. **Engineering Analysis with Boundary Elements**, v. 36, n. 3, p. 458-470, 2012a.

BARROSO, A.; MANTIČ, V.; PARÍS, F. Singularity analysis of anisotropic multimaterial corners. **International Journal of Fracture**, v. 119, p. 1-23, 2003.

BARROSO, A.; VICENTINI, D. F.; MANTIČ, V.; PARÍS, F. Determination of Generalized Fracture Toughness in composite multimaterial closed corners with two singular terms – Part I: Test proposal and numerical analysis. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 89, p. 1-14, 2012b.

BERNUCCI, L. B.; MOTTA, L. M. G. da; CERATTI, J. A. P.; SOARES, J. B. **Pavimentação asfáltica: formação básica para engenheiros**. Rio de Janeiro: Petrobras: ABEDA, 2006.

BOGY, D. B.; WANG, K. C. Stress singularities at interface corners in bonded dissimilar isotropic elastic materials. **International Journal of Solids and Structures**, v. 7, n. 8, p. 993-1005, 1971.

BRIDGE JOINT ASSOCIATION. **Current Practice Sheet**. Chesterfield (Reino Unido), 2003.

BROEK, David. **Elementary engineering fracture mechanics**. 3rd ed. Netherlands: Martinus Nijhoff Publishers, 1982.

CASEY, D. B.; COLLOP, A. C.; GRENFELL, J. R.; AIREY, G. D. Stress intensity factors at the tip of a surface initiated crack caused by different contact pressure distributions. **Procedia – Social and Behavioral Sciences**, 48, p. 733-742, 2012.

DELALE, F. Stress singularities in bonded anisotropic materials. **International Journal of Solids and Structures**, v. 20, n. 1, p. 31-40, 1984.

DEMPSEY, J. P.; SINCLAIR, G. B. On the stress singularities in the plane elasticity of the composite wedge. **Journal of Elasticity**, v. 9, n. 4, p. 373-391, 1979.

DEMPSEY, J. P.; SINCLAIR, G. B. On the singular behavior at the vertex of a bi-material wedge. **Journal of Elasticity**, v. 11, n. 3, p. 317-327, 1981.

DEPARTAMENTO DE ESTRADAS DE RODAGEM DO ESTADO DE SÃO PAULO. **IP-DE-P00/001**: Instrução de Projeto. São Paulo, 2006.

DEPARTAMENTO DE ESTRADAS DE RODAGEM DO ESTADO DO PARANÁ. **Projeto de engenharia**: rodovia: BR-153, trecho: Ventania – Alto do Amparo (BR-376), lote de construção: 02; v. 3. Curitiba, 1978. Acervo da UL-DNIT/PG.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE ESTRADAS DE RODAGEM (BRASIL). **Manual de Construção de Obras-de-Arte Especiais**. 2. ed. Rio de Janeiro: IPR, 1995.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE ESTRADAS DE RODAGEM (BRASIL). **Manual de Projeto de Obras-de-Arte Especiais**. Rio de Janeiro: IPR, 1996.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES (BRASIL). **DNIT 010/2004-PRO**: Inspeções em pontes e viadutos de concreto armado e protendido - Procedimento. Rio de Janeiro: IPR, 2004a.

_____. **Manual de Inspeção de Pontes Rodoviárias**. Rio de Janeiro: IPR, 2004b.

_____. **DNIT 092/2006-ES**: Juntas de dilatação – Especificação de serviço. Rio de Janeiro: IPR, 2006a.

_____. **DNIT 031/2006-ES**: Pavimentos flexíveis - Concreto asfáltico - Especificação de serviço. Rio de Janeiro: IPR, 2006b.

_____. **Manual de Pavimentação**. Rio de Janeiro: IPR, 2006c.

_____. **Manual de Estudos de Tráfego**. Rio de Janeiro: IPR, 2006d.

_____. **Manual de Recuperação de Pontes e Viadutos**. Rio de Janeiro: IPR, 2010.

_____. **Relatório de Gestão: Exercício 2015**. Brasília: DNIT, 2016.

_____. Comissão Permanente de Licitação da SR/PR. **Ata da sessão de divulgação do ato de julgamento da proposta de preços e da habilitação:** RDC presencial nº 0346/2014-09. Curitiba, 2014. Disponível em: < http://www1.dnit.gov.br/anexo/Ata/Ata_edital0346_14-09_1.pdf >. Acesso em 27 mar. 2017.

_____. **Editais 0493/16-05**. Disponível em: < <http://www1.dnit.gov.br/editais/consulta/resumo.asp?NUMIDEdital=6302> >. Acesso em 27 de mar. 2017.

_____. **DNIT 135/2018-ME:** Pavimentação asfáltica - Misturas asfálticas Determinação do módulo de resiliência - Método de ensaio. Rio de Janeiro: IPR, 2018.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES (BRASIL) – UNIDADE LOCAL DE PONTA GROSSA. **Fotos da Ponte sobre o Rio Pinheiro Seco**. 2016. Formato JPEG. Acervo da UL-DNIT/PG.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES (BRASIL) – UNIDADE LOCAL DE PONTA GROSSA. **Fotos de Cabeceiras de Pontes com Fissuração**. 2017. Formato JPEG. Acervo da UL-DNIT/PG.

DREIER, D.; BURDET, O.; MUTTONI, A. Transition Slabs of Integral Abutment Bridges. **Structural Engineering International**, v. 21, n. 2, p.144-150, 2011. International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE).

DUNDURS, J. Discussion of “Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading”. **J. Applied Mech.**, p. 650-652, 1969.

DUNN, M. L.; HUI, C. Y.; LABOSSIERE, E. W. P.; LIN, Y.Y. Small scale geometric and material features at geometric discontinuities and their role in fracture analysis. **International Journal of Fracture**, v. 110, p. 101-121, 2001.

EVANGELISTA JR, F. **Análise quasi-estática e dinâmica de pavimentos asfálticos**. 2006. 104 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza. 2006.

FERNANDES, I. S.; TRICHÊS, G. **Contribuição à caracterização do comportamento mecânico da camada de brita graduada *in situ***. Artigo publicado. Reunião Anual de Pavimentação. Florianópolis, 2000.

GDOUTOS, E. E. **Fracture Mechanics: An Introduction**. 2. ed. Dordrecht: Springer, 2005.

GRIFFITH, Al. A. The phenomena of rupture and flow in solids. **Philosophical Transactions of The Royal Society of London A**, v. 221, p. 163-198, 1920.

HASHIN, Z. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 44, n. 7, p. 1129-1145, 1996.

HELENE, P. R. L. **Estudo da variação do módulo de elasticidade do concreto com a composição e características do concreto fresco e endurecido**. São Paulo, 1998. Relatório técnico.

HELSING, J.; JONSSON, A. On the accuracy of benchmark tables and graphical results in the applied mechanics literature. **Journal of Applied Mechanics**, v. 69, n. 1, p. 88-90, 2002.

ISKANDER, M.; SHRIVE, N. Fracture of brittle and quasi-brittle materials in compression: A review of the current state of knowledge and a different approach. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**, v. 97, p. 250-257, 2018.

JONES, A. W. **Mechanics of composite Materials**. 2. ed. Philadelphia (EUA): Taylor & Francis, 1999.

LEGUILLON, D. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, v. 21, p. 61-72, 2002.

LIMA, J. M.; BRITO, J. Inspection survey of 150 expansion joints in road bridges. **Engineering structures**, v. 31, n. 5, p. 1077-1084, 2009.

LUO, G.; LIU, Y. Two simplified methods for fatigue crack growth prediction under compression-compression cyclic loading. **Marine Structures**, v. 58, p. 367-381, 2018.

MARTIN, E.; LEGUILLON, D. Energetic conditions for interfacial failure in the vicinity of a matrix crack in brittle matrix composites. **International Journal of Solids and Structures**, v. 41, p. 6937-6948, 2004.

MEDINA, J.; MOTTA, L. M. G. **Mecânica dos pavimentos**. 3. ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2015.

MEYERS, M. A.; CHAWLA, K. K. **Mechanical Behavior of Materials**. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

MÜLLER, A; BECKER, W.; STOLTEN, D.; HOHE, J. A hybrid method to assess interface debonding by finite fracture mechanics. **Engineering fracture mechanics**, v. 73, p. 994-1008, 2006.

MULLER, D. E. A method for solving algebraic equations using an automatic computer. **Mathematical tables and other aids to computation**, v. 10, n. 56, p. 208-215, 1956.

MUNZ, D.; YANG, Y. Y. Stresses near the edge of bonded dissimilar materials described by two stress intensity factors. **International Journal of Fracture**, v. 60, n. 2, p. 169-177, 1993.

MYERS, L. A.; ROQUE, R. Evaluation of Top-Down Cracking in Thick Asphalt Pavements and the Implications for Pavement Design. **Perpetual Bituminous Pavements**, 503, p. 79-87, 2001.

OFFICE FÉDÉRAL DES ROUTES (SUÍÇA). Détails de construction de ponts: directives del'Office fédéral des routes. **Ingénieurs et architectes suisses**, n. 6, p. 56-58, 1991.

PAGEAU, S. S.; JOSEPH, P. F.; BIGGERS JR, S. B. The order of stress singularities for bonded and disbonded three-material junctions. **International Journal of Solids and Structures**, v. 31, n. 21, p. 2979-2997, 1994.

PAGEAU, S. S.; KESAVARAM, S. G.; JOSEPH, P. F.; BIGGERS JR, S. B. Standardized complex and logarithmic eigensolutions for n-material wedges and junctions. **International Journal of Fracture**, v. 77, n. 1, p. 51-76, 1996.

PARÍS, F.; CAÑAS, J. **Boundary element method fundamentals and applications**. Oxford: Oxford University Press, 1997.

PHILLIP, A. W. **The relationship between resilient modulus and soil suction of fine grained soil in pavement design**. 1994. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – School of Civil Engineering, University of South Australia, 1996.

PITUBA, J. J. C. **Sobre a formulação de um modelo de dano para o concreto**. 168 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos. 2003.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO DE JANEIRO (PUC/RJ). **Ftool**, versão educacional 2.12. Rio de Janeiro, RJ, 2008.

PROENÇA, S. P. **Sobre modelos matemáticos do comportamento não-linear do concreto**: análise crítica e contribuições. 328 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos. 1988.

PYTHON SOFTWARE FOUNDATION. **Python**. Disponível em: < <https://www.python.org> >. Acesso em 19 mar. 2019.

REEDY JR, E. D. Intensity of the stress singularity at the interface corner between a bonded elastic and rigid layer. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 36, n. 4, p. 575-583, 1990.

SEWERYN, A. Brittle fracture criterion for structures with sharp notches. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 47, n. 5, p. 673-681, 1994.

SILVA, A. M. V. **Interacção Solo – Laje de Transição em Obras de Arte**. 2011. 91 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de Aveiro, Aveiro. 2011.

SILVA, J. G. S.; KARAM, V. J.; RODRIGUES, I. E. Dynamical Analysis of Highway Bridge Decks with Transition Slabs. In: European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, 2000, Barcelona. **Anais...** Barcelona: ECCOMAS, 2000.

THE ECONOMIST. **Python is becoming the world's most popular coding language**. 2018. Disponível em: < <https://www.economist.com/graphics-detail/2018/07/26/python-is-becoming-the-worlds-most-popular-coding-language> >. Acesso em 19 mar. 2019.

THEOCARIS, P. S. The order of singularity at a multi-wedge corner of a composite plate. **International Journal of Engineering Science**, v. 12, p. 107-120, 1974.

TIEFBAUAMT GRAUBÜNDEN. Brücken. In: _____. **Projektierungsgrundlagen Kunstbauten**. Coira (Suíça), 2017.

VASILOPOULOS, D. On the determination of higher order terms of singular elastic stress fields near corners. **Numerische Mathematik**, v. 53, p. 51-95, 1988.

VICENTINI, D. F.; BARROSO, A.; JUSTO, J.; MANTIČ, V.; PARÍS, F. Determination of Generalized Fracture Toughness in composite multimaterial closed corners with two singular terms – Part II: Experimental results. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 89, p. 15-23, 2012.

VICENTINI, D. F. **Formulação do método dos elementos de contorno para análise de fratura**. 121 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos. 2006.

VICENTINI, D. F. **Study of the stress state and failure in adhesive joints with composite materials**. 297 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidad de Sevilla, Sevilha. 2012.

VITÓRIO, J. A. P.; BARROS, R. M. M. E. C. Análise dos Danos Estruturais e das Condições de Estabilidade de 100 Pontes Rodoviárias no Brasil. In: CONGRESSO NACIONAL SOBRE SEGURANÇA E CONSERVAÇÃO DE PONTES, 1., 2013, Porto. **Anais...** Porto: ASCP, 2013.

WEIßGRAEBER, P.; LEGUILLON, D.; BECKER, W. A review of finite fracture mechanics: crack initiation at singular and non-singular stress raisers. **Archive of Applied Mechanics**, v. 86, p. 375-401, 2016.

WILLIAMS, M. L. On the stress distribution at the base of a stationary crack. **Journal of Applied Mechanics**, v. 24, p. 109-114, 1957.

WILLIAMS, M. L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plates in extension. **Journal of Applied Mechanics**, v. 19, p. 526-528, 1952.

YIN, A.; YANG, X.; YANG, Z. 2D and 3D fracture modeling of asphalt mixture with randomly distributed aggregates and embedded cohesive cracks. **Procedia IUTAM**, v. 6, p. 114-122, 2013.

YOSIBASH, Z.; BUSSIBA, A.; GILAD, I. Failure criteria for brittle elastic materials. **International Journal of Fracture**, v. 125, p. 307-333, 2004.

YOSIBASH, Z.; SZABÓ, B, A. A note on numerically computed eigenfunctions and generalized stress intensity factors associated with singular points. **Engineering fracture mechanics**, v. 54, n. 4, p. 593-595, 1996.

APÊNDICE A – Testes Complementares da Análise Inicial pelo MEF

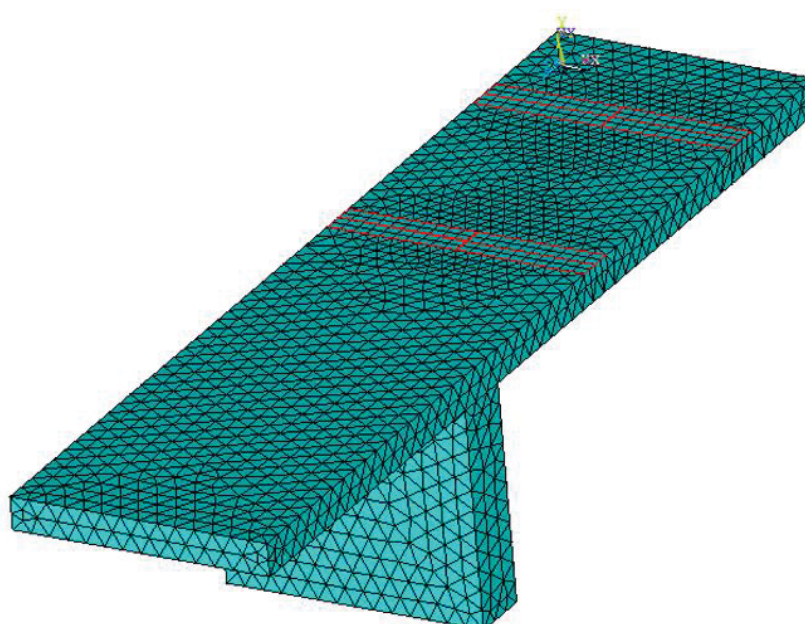
Este apêndice visa a registrar alguns testes complementares ou de validação de modelos ou critérios desenvolvidos ao longo do capítulo 4, ou seja, realizados durante a modelagem global em elementos finitos.

A.1 Validação do modelo 3D inicial

A fim de verificar a confiabilidade dos resultados do modelo 3D desenvolvido na seção 4.1, buscou-se trabalhá-lo de uma forma bastante simplificada de modo a possibilitar o cálculo de valores de tensão esperados segundo a Resistência dos Materiais. Sendo a estrutura da ponte caracterizada por uma laje biapoiada, optou-se por calcular as tensões no meio do vão do tabuleiro, na direção transversal ao sentido do tráfego.

Para tanto, foi desconsiderada a porção do modelo referente ao trecho de rodovia, uma vez que representaria uma restrição adicional ao comportamento da laje. Aplicando-se a carga em faixas contínuas ao longo do comprimento da ponte, é possível calcular os esforços da laje por metro de sua extensão, de modo que o comprimento do modelo pôde ser bastante reduzido. A malha utilizada para esse teste pode ser observada na FIGURA A.1.

FIGURA A.1 – MALHA DO MODELO PARA VALIDAÇÃO

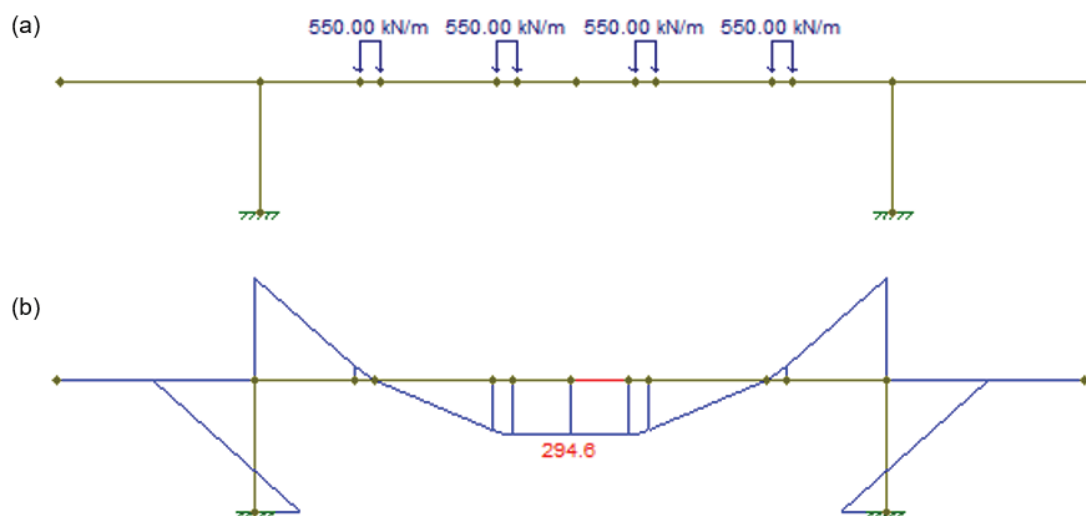


FONTE: O Autor (2019).

Todas as demais dimensões da geometria tomam por base o modelo maior. Assim como aquele, o presente considera duas linhas de simetria, correspondendo a um quarto da estrutura completa em análise. Ainda em semelhança com o modelo maior, os volumes que recebem a aplicação direta do carregamento (delimitados em vermelho na FIGURA A.1) foram malhados com elementos hexaédricos, enquanto o resto do modelo foi malhado com elementos tetraédricos.

Os nós da base da viga tiveram todos os seus graus de liberdade restritos, de modo que a estrutura pode ser entendida como um pórtico (FIGURA A.2-a) e pôde ter seus momentos fletores levantados com o uso do *software* Ftool, versão educacional 2.12 (PUC/RJ, 2008), consoante FIGURA A.2-b. Embora os segmentos em balanço da laje não influenciem o cálculo, foram mantidos de modo a conservar a aparência da geometria e para a eventualidade de que posteriormente se realizasse uma análise com consideração do peso próprio da estrutura.

FIGURA A.2 – (a) LANÇAMENTO DA ESTRUTURA NO FTOOL; (b) DIAGRAMA DE MOMENTOS FLETORES DO FTOOL



FONTE: O Autor (2019).

Para uma seção retangular de momento de inércia I , sabe-se, da Resistência dos Materiais, que a tensão axial σ devido a um momento fletor M , a uma distância y do eixo central paralelo à base da seção, pode ser dada por:

$$\sigma = \frac{M}{I} y$$

A.1

Sendo $M = 294,6 \text{ kNm}$, $I = 1,3021 \times 10^9 \text{ mm}^4$ e $y = \pm 0,125 \text{ m}$, a tensão esperada no meio do vão do tabuleiro, na direção z (transversal ao sentido de tráfego), é de $-28,28 \text{ MPa}$ na superfície superior da laje e de $+28,28 \text{ MPa}$ na superfície inferior.

Listando as tensões nos nós correspondentes às linhas do modelo em que eram esperados esses valores (arestas superior e inferior da face que marca o eixo de simetria longitudinal, ou seja, o meio do vão), obtiveram-se os resultados da TABELA A.1.

TABELA A.1 – RESULTADOS DO TESTE DE VALIDAÇÃO

Compressão		Tração	
Resultados	$\sigma_z \text{ (MPa)}$	Resultados	$\sigma_z \text{ (MPa)}$
Média dos nós (MEF):	-28,019	Média dos nós (MEF):	24,410
Esperado (Ftool):	-28,28	Esperado (Ftool):	28,28
Erro:	-0,93%	Erro:	-13,69%

FONTE: O Autor (2019).

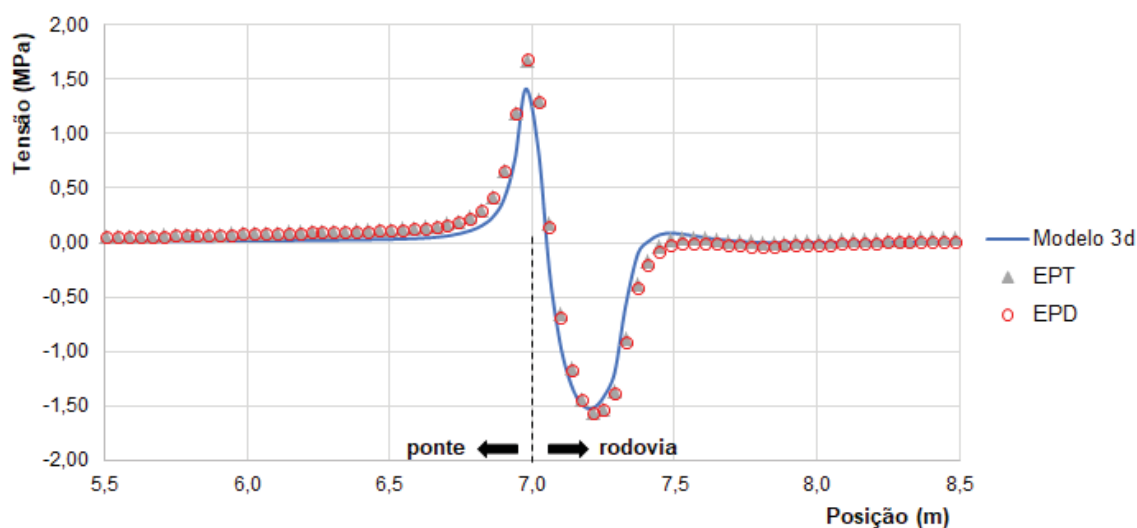
Observa-se que o resultado para a máxima compressão na seção de análise apresentou excelente correspondência com o esperado, com erro de apenas 0,93% em módulo. Na superfície inferior, o resultado foi mais distante do esperado, com erro de 13,69% em módulo. De qualquer modo, na consideração dos dois valores analisados, pode-se entender que os resultados são satisfatórios à validação do modelo nessa etapa da pesquisa, entendendo também que o Ftool considera a estrutura como barras simples engastadas, enquanto que o 3D se aproxima mais à conformação de uma estrutura real.

A.2 Influência da consideração do pilar no modelo 2D inicial

Conforme descrito ao final da seção 4.2 deste trabalho, buscou-se investigar a necessidade de considerar a influência do apoio do pilar do modelo tridimensional (FIGURAS 24 e 29-a) no modelo em 2D. Para tanto, foram selecionados os nós próximos ao alinhamento do centro da roda mais próxima do eixo da pista, no modelo 3D, e que estivessem no mesmo intervalo, em x , da cabeça do pilar. Os deslocamentos desses nós foram levantados e seus valores médios foram aplicados como condição de contorno aos nós equivalentes no modelo 2D. Na sequência, as simulações 2D foram repetidas sem o lançamento desses deslocamentos.

Analogamente ao apresentado no corpo do trabalho para a simulação sem influência do pilar, obtendo e plotando as tensões σ_x para a superfície do concreto asfáltico para o modelo com o lançamento dos deslocamentos do topo do pilar, sobrepuseram-se as curvas para o modelo em EPT e em EPD à do modelo 3D, conforme o GRÁFICO A.1.

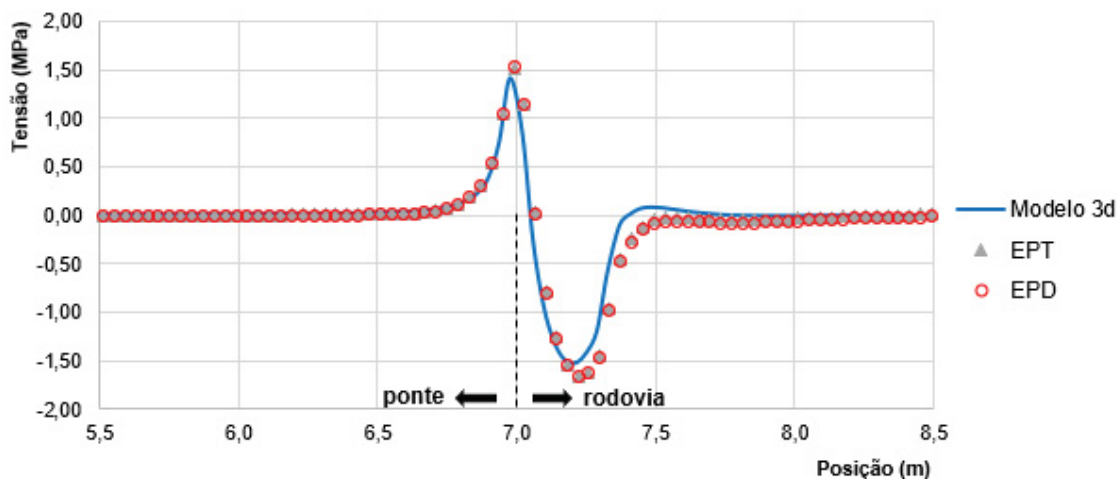
GRÁFICO A.1 – COMPARAÇÃO DAS TENSÕES σ_x NOS TRÊS MODELOS, COM CONSIDERAÇÃO DA INFLUÊNCIA DO PILAR



FONTE: O Autor (2019).

Realizando o mesmo procedimento sem o lançamento dos deslocamentos do topo do pilar no modelo 2D, o resultado está expresso no GRÁFICO 4 deste trabalho, reproduzido no GRÁFICO A.2, para efeito de comparação.

GRÁFICO A.2 – COMPARAÇÃO DAS TENSÕES σ_x NOS TRÊS MODELOS, SEM CONSIDERAÇÃO DA INFLUÊNCIA DO PILAR



FONTE: O Autor (2019).

Em ambas as simulações, as curvas em EPT ou EPD resultaram praticamente sobrepostas, apresentando leves distinções nos valores. Em relação ao pico de tração, em que se observam as maiores diferenças em comparação com o resultado do modelo 3D (1,41 MPa), o erro ficou em torno de 18,5%, para a análise com consideração da influência do pilar, e em 9,33%, para a análise sem essa influência.

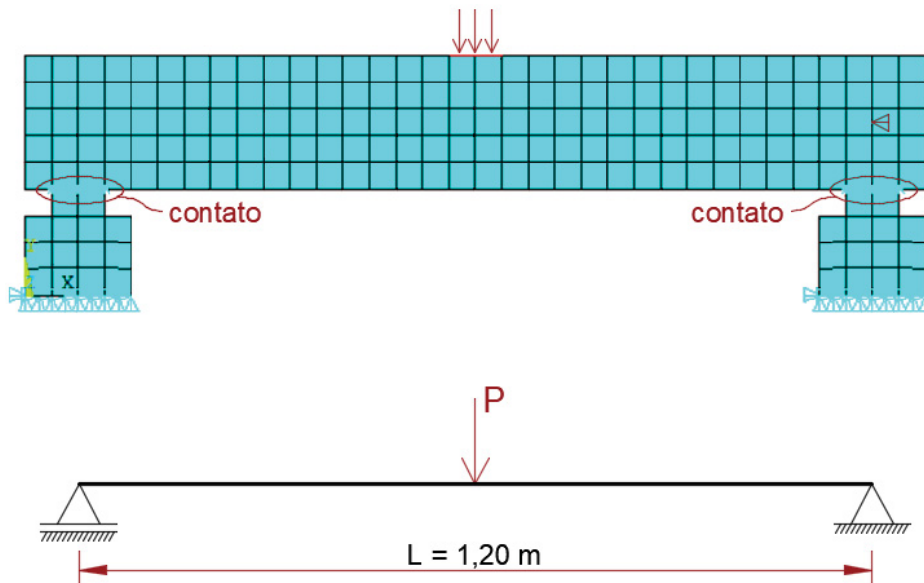
Considerando não apenas o menor erro no pico de tração para a segunda simulação, mas também que esta de fato representou razoavelmente bem o comportamento das tensões do modelo 3D, conclui-se pela não necessidade de representar a influência do pilar da análise tridimensional na análise em duas dimensões. Não sendo necessário levantar os deslocamentos dos nós do topo do pilar (ou qualquer outro parâmetro que se pudesse adotar), é possível modelar as demais geometrias diretamente em duas dimensões.

A.3 Teste de validação do contato

Conforme descrito na seção 4.3.2 deste trabalho, o método escolhido de emprego de contato no Ansys® foi testado para alguns problemas de validação, dos quais se registra, aqui, um caso de viga biapoiada. O método definido foi o de “ponto-a-superfície”, empregando os elementos de contato CONTA175 e os elementos alvo TARGE169. Para estabelecer a existência de uma região de contato inicial no modelo (isto é, previamente ao início da simulação), foi estabelecida uma pequena penetração inicial das superfícies, definida em 0,0001 mm.

A FIGURA A.3 apresenta a viga ensaiada, sendo utilizado o mesmo elemento das demais simulações em 2D para a composição da geometria (SOLID186), com tamanho de referência de 40 mm.

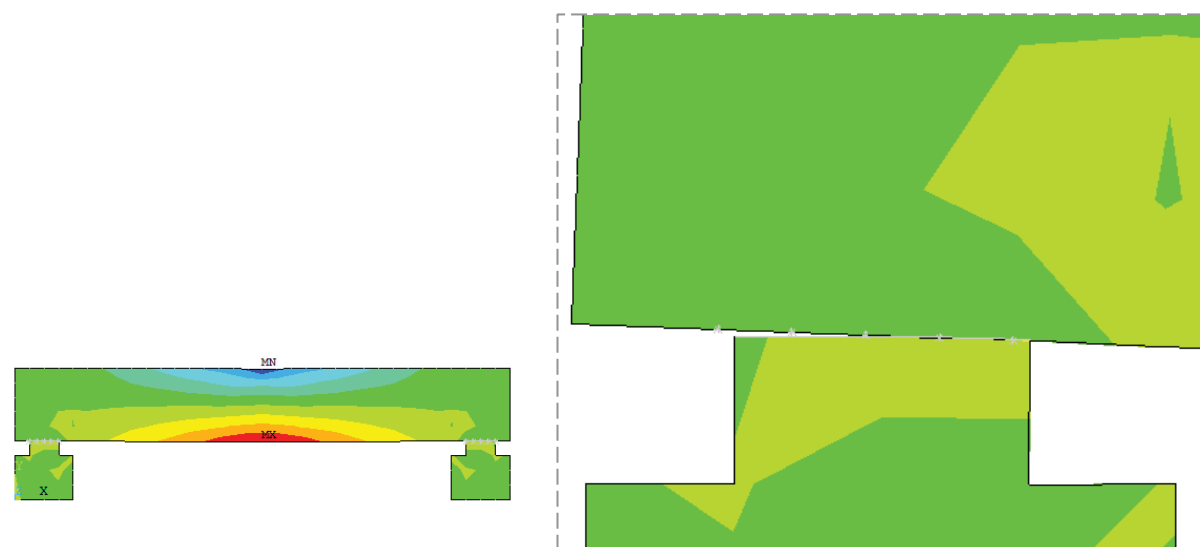
FIGURA A.3 – TESTE DE APLICAÇÃO DE CONTATO EM VIGA BIAPOIADA



FONTE: O Autor (2019).

Para uma carga P de 800 N, distribuída no modelo em 80 mm no meio do vão, a viga se comportou às tensões longitudinais conforme FIGURA 48. O detalhe do apoio esquerdo da viga (com deformações ampliadas a uma escala de 10 vezes) permite perceber como a superfície de contato calculada para a solicitação diferiu da superfície inicial, que correspondia a toda a interface.

FIGURA A.4 – TENSÕES NO TESTE DE CONTATO DA VIGA



FONTE: O Autor (2019).

As tensões longitudinais máximas resultaram em 32,435 MPa, na tração, e 38,881 MPa, na compressão. O resultado esperado conforme a Resistência dos Materiais (equação A.1) seria de 36,0 MPa tanto na tração quanto na compressão, o que está muito próximo à média dos resultados obtidos no modelo (0,95% de erro). Individualmente comparados ao esperado, a diferença na tração foi de 8,00% e, na compressão, de 9,90%.

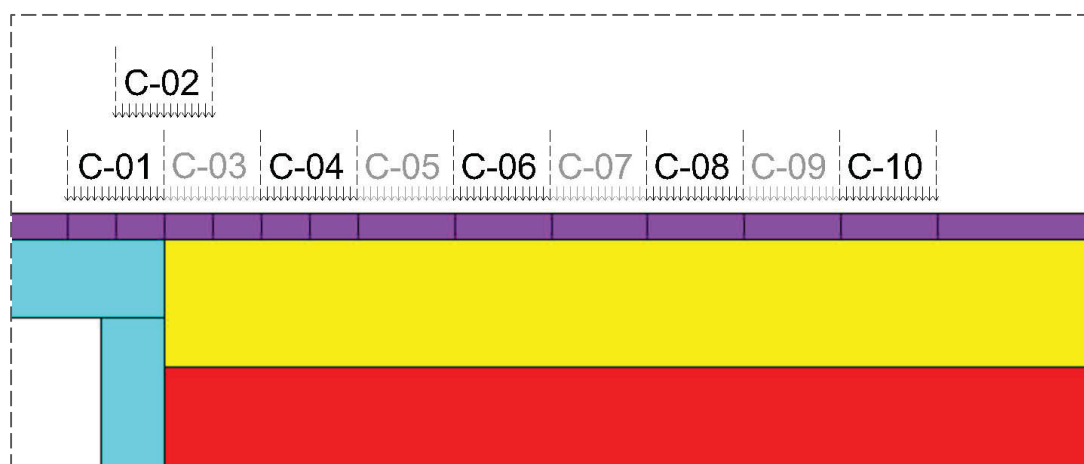
APÊNDICE B – Análise de Situações Críticas

Este apêndice visa a registrar os resultados detalhados da análise de posições críticas de carregamento para as geometrias 01 e 03, com solos com módulo de 25 e 150 MPa, conforme apontado na seção 4.4 deste trabalho.

B.1 Geometria 01, solo com módulo de 150 MPa

Inicialmente, foram propostos 10 casos de carregamento, conforme figura B.1. O comprimento de cada segmento de aplicação da carga foi de 306 mm e a pressão aplicada foi a mesma das simulações 2D anteriores, conforme os critérios descritos no corpo deste trabalho.

FIGURA B.1 – CASOS INICIAIS DE CARREGAMENTO



FONTE: O autor (2019).

A posição do centro de cada caso de aplicação da carga está registrada na TABELA B.1, sendo que a posição $x = 7,0$ m corresponde exatamente à abcissa da quina trimaterial.

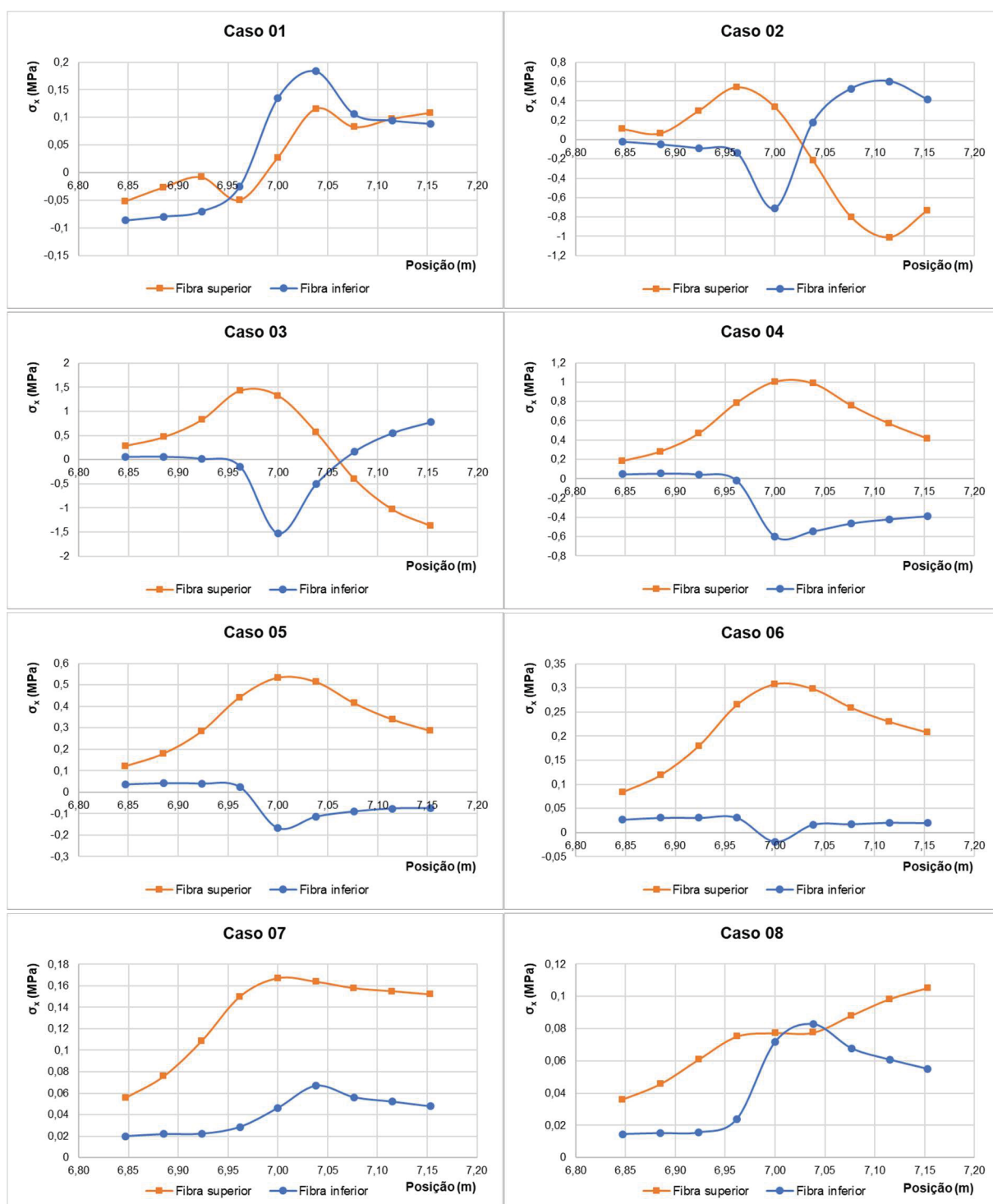
TABELA B.1 – POSIÇÃO x DO CENTRO DE CADA SEGMENTO DE CARREGAMENTO (m)

Caso	x	Caso	x
01	6,847	06	8,071
02	7,000	07	8,377
03	7,153	08	8,683
04	7,459	09	8,989
05	7,765	10	9,295

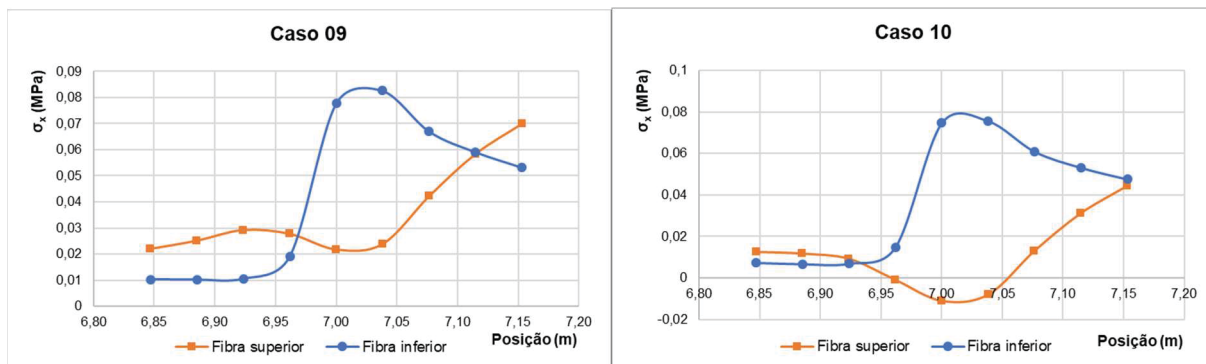
FONTE: O Autor (2019).

Tendo se investigado as proximidades da quina material, tanto em relação à fibra inferior quanto à superior do revestimento em concreto asfáltico, buscando a situação mais crítica para essas duas localidades, os resultados para a tensão σ_x estão expressos nos gráficos a seguir.

GRÁFICO B.1 – TENSÃO σ_x (CASOS 01 – 08)

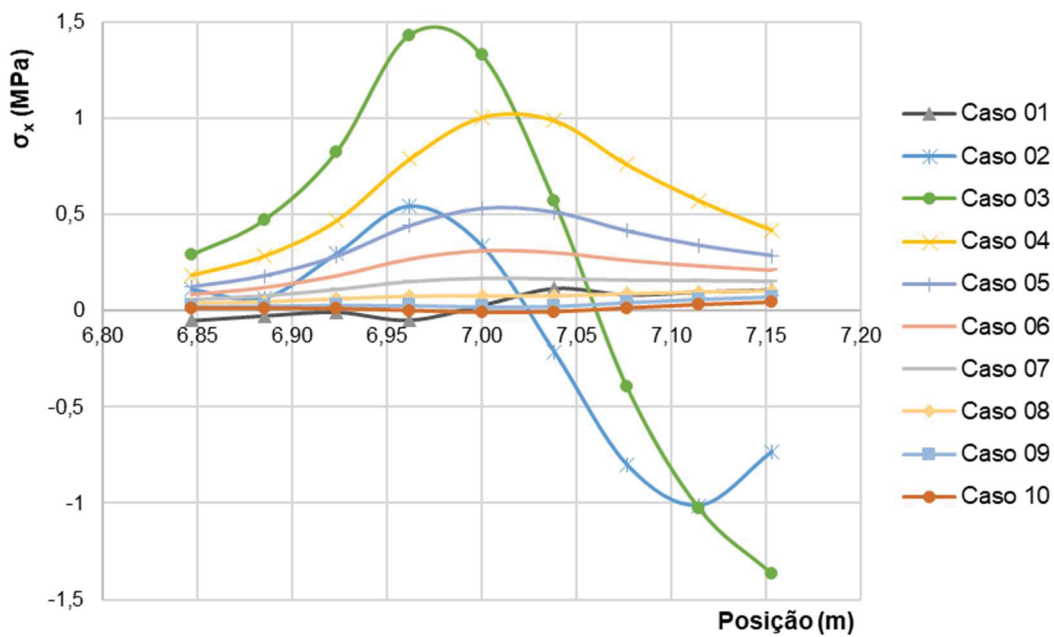


FONTE: O autor (2019).

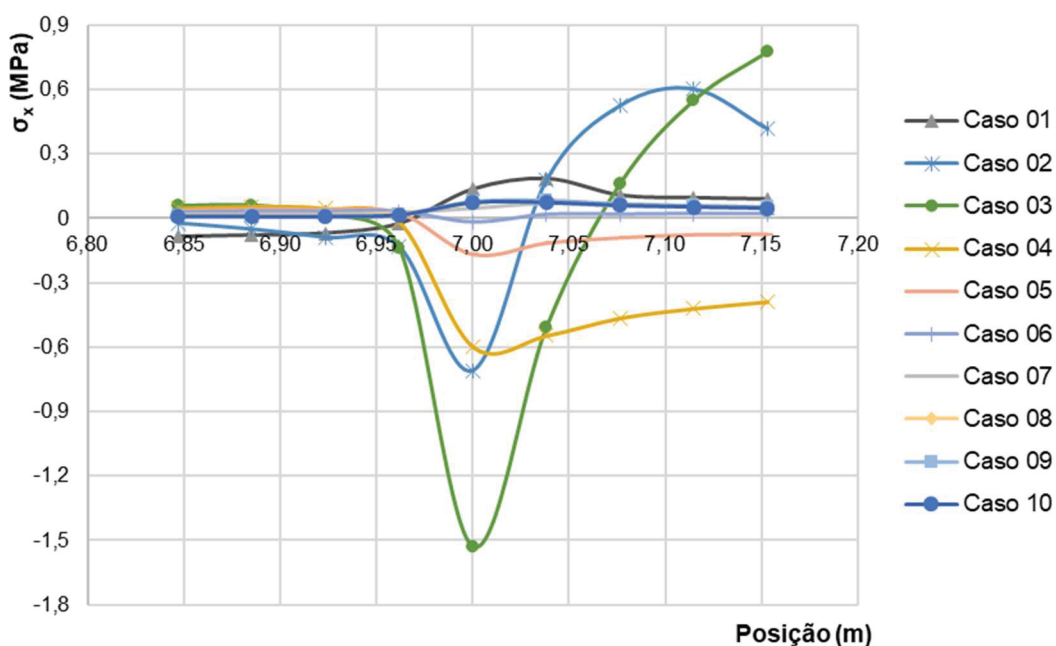
GRÁFICO B.2 – TENSÃO σ_x (CASOS 09 – 10)

FONTE: O autor (2019).

Sobrepondo-se os resultados de cada caso separadamente para as fibras superior e inferior, obtêm-se os GRÁFICOS B.3 e B.4.

GRÁFICO B.3 – TENSÃO σ_x NA FIBRA SUPERIOR

FONTE: O autor (2019).

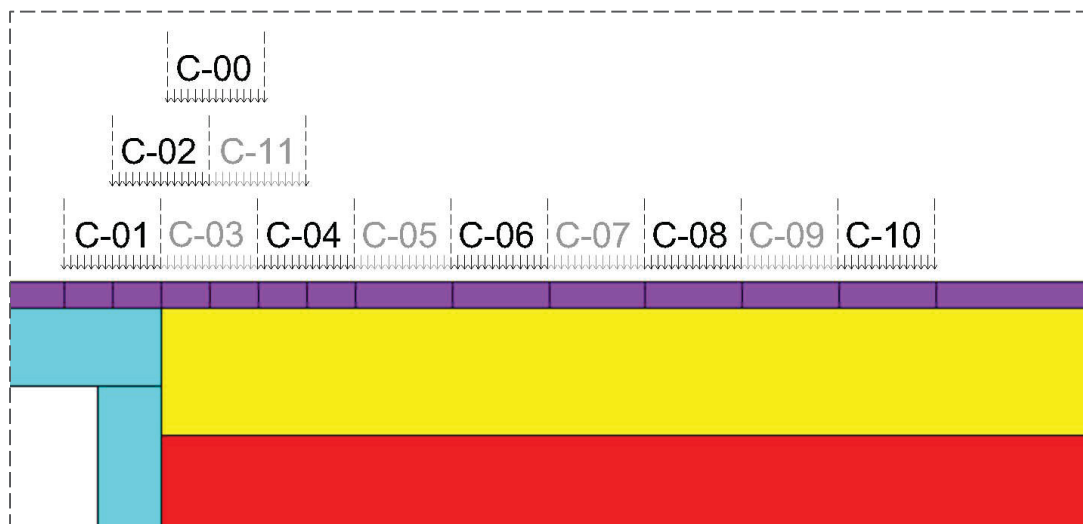
GRÁFICO B.4 – TENSÃO σ_x NA FIBRA INFERIOR

FONTE: O autor (2019).

Observa-se que a situação mais crítica à tração na fibra superior correspondeu ao caso 03, estando o pico de tensão deslocado da projeção da quina multimaterial. Não obstante, na fibra inferior, que contém a quina, a situação mais crítica à tração correspondeu ao caso 01, em que a roda equivalente estaria completamente apoiada sobre a estrutura da ponte. Situação esta em que a existência da laje de transição após a ponte, em princípio, não teria praticamente qualquer influência. A situação mais crítica se dá na compressão, correspondendo ao caso 03

Considerando que o pico de tração na fibra superior do caso 03 foi de 1,428 MPa, portanto inferior ao da simulação 2D anterior à presente análise (conforme seção 4.3), consideraram-se ainda outros dois casos nesta investigação: carregamento na posição da análise anterior (centro em $x = 7,175$ m), denominado caso 00, e carregamento com centro em $x = 7,306$ m, denominado caso 11 (FIGURA B.2).

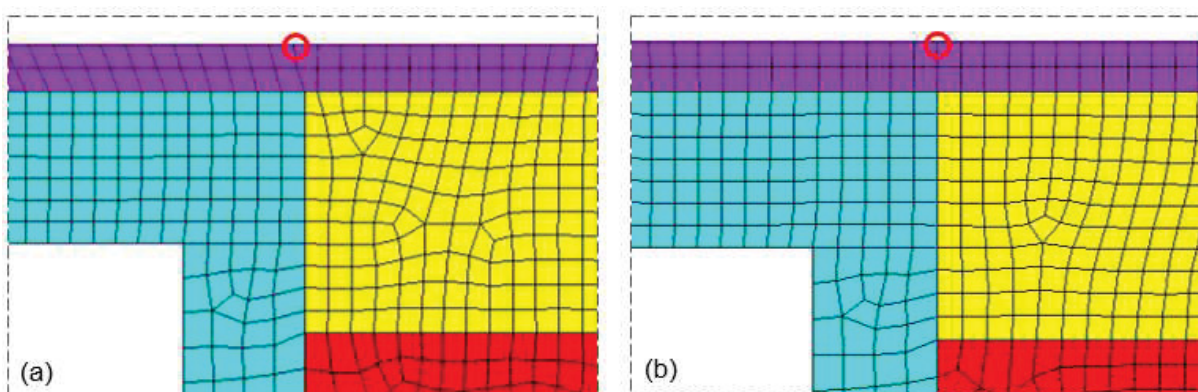
FIGURA B.2 – 12 CASOS DE CARREGAMENTO



FONTE: O autor (2019).

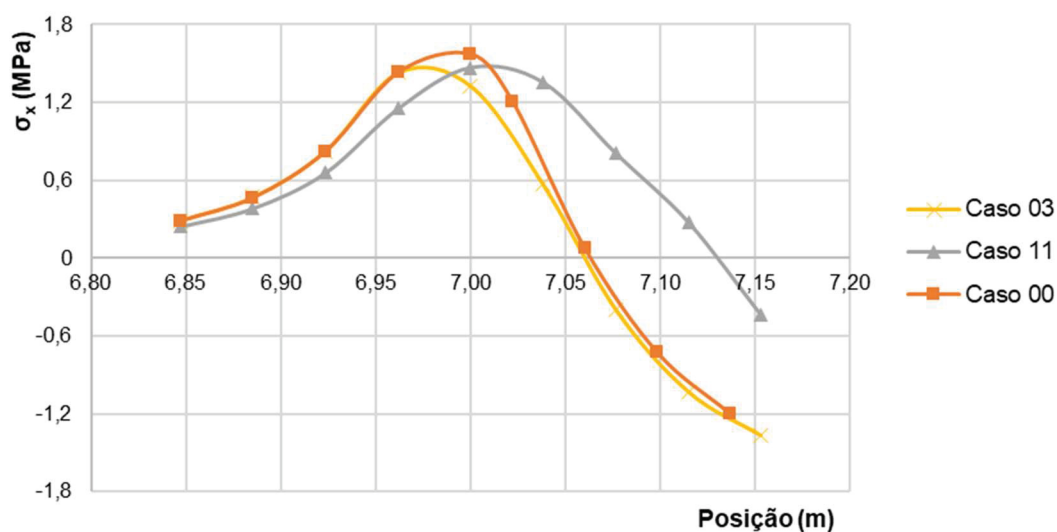
O caso 00 foi refeito a fim de compatibilizar a malha do modelo com a utilizada nos demais casos. Desse modo, os nós da base do solo tiveram apenas o deslocamento em y impedido, ao invés da restrição de todos os graus de liberdade antes adotada. A malha na proximidade da quina também foi modelada de maneira a garantir um nó na fibra superior exatamente na projeção da quina trimaterial, conforme FIGURA B.3.

FIGURA B.3 – DETALHE DA MALHA (a) NA ANÁLISE INICIAL EM 2D E (b) NA NOVA ANÁLISE DE POSIÇÃO CRÍTICA



FONTE: O autor (2019).

Comparando os resultados dos dois novos casos considerados com o mais crítico dos 10 iniciais, o caso 00 resultou o mais importante, com pico de tensão de 1,571 MPa, na projeção da quina trimaterial, conforme GRÁFICO B.5.

GRÁFICO B.5 – TENSÃO σ_x NA FIBRA SUPERIOR

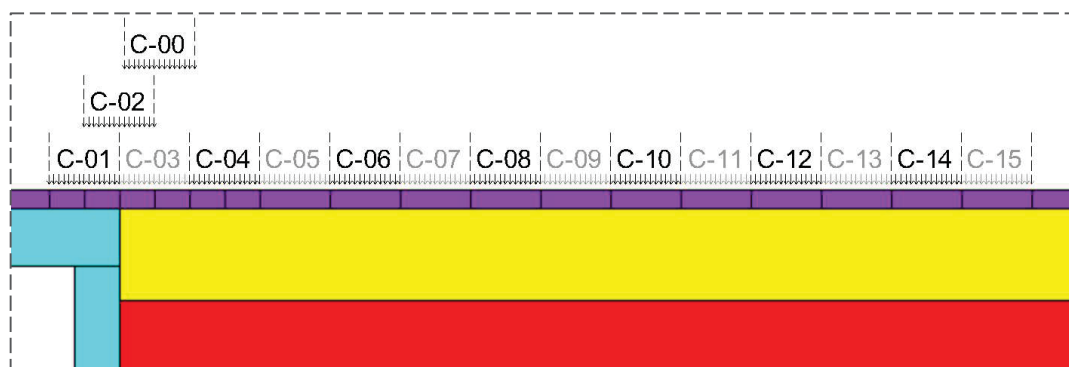
FONTE: O autor (2019).

O caso 00 resultou, portanto, na situação a ser considerada na sequência da pesquisa.

B.2 Geometria 01, solo com módulo de 25 MPa

O estudo da geometria 01 com solo com módulo de 25 MPa objetivou especialmente visualizar uma eventual ocorrência de tração na quina trimaterial. Para tanto, percebendo-se durante as simulações que a tração ocorria em aplicações de carga mais afastadas da quina, entendeu-se necessário expandir o número de casos analisados, adotando-se as situações de carregamento ilustradas na FIGURA B.4.

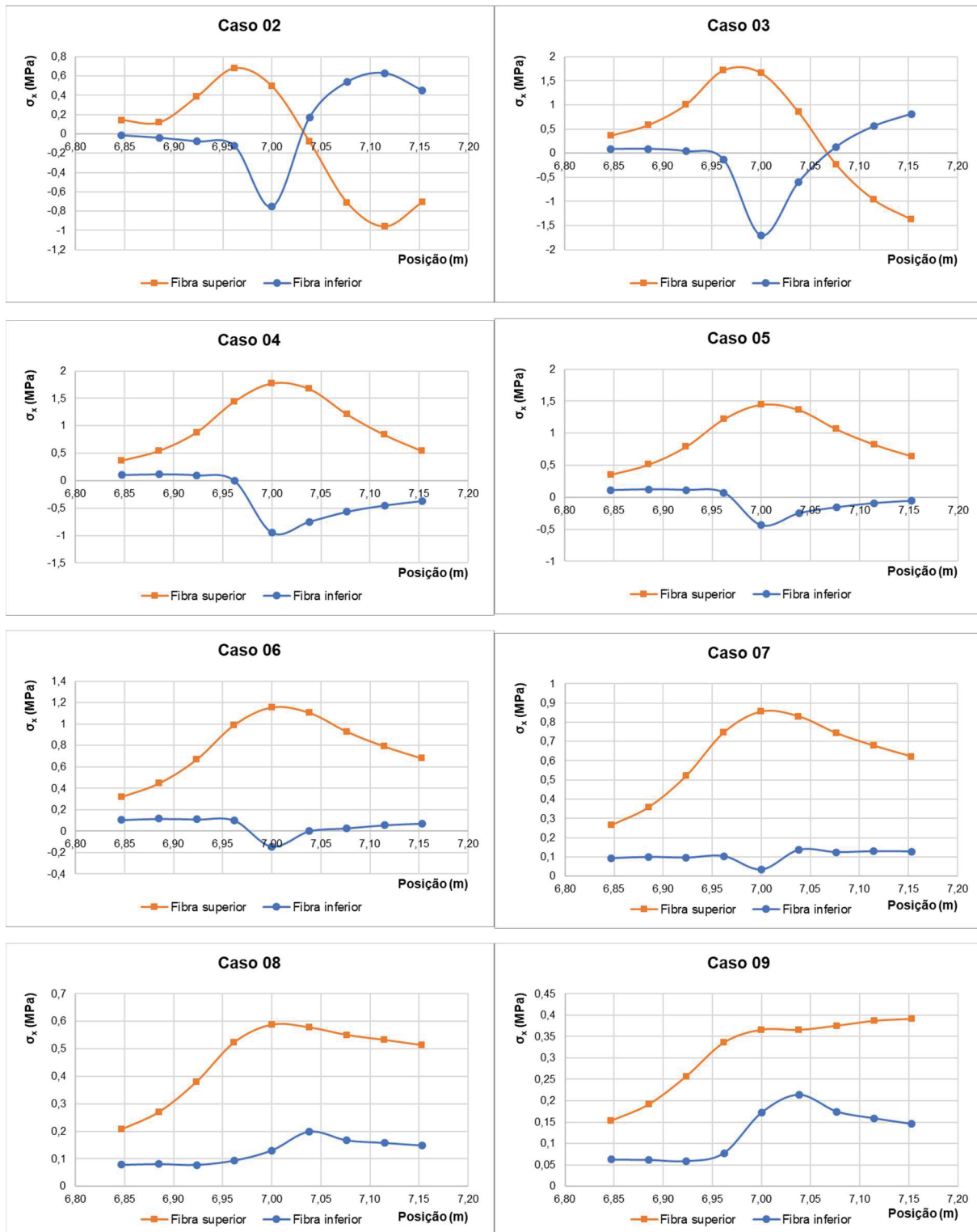
FIGURA B.4 – 16 CASOS DE CARREGAMENTO



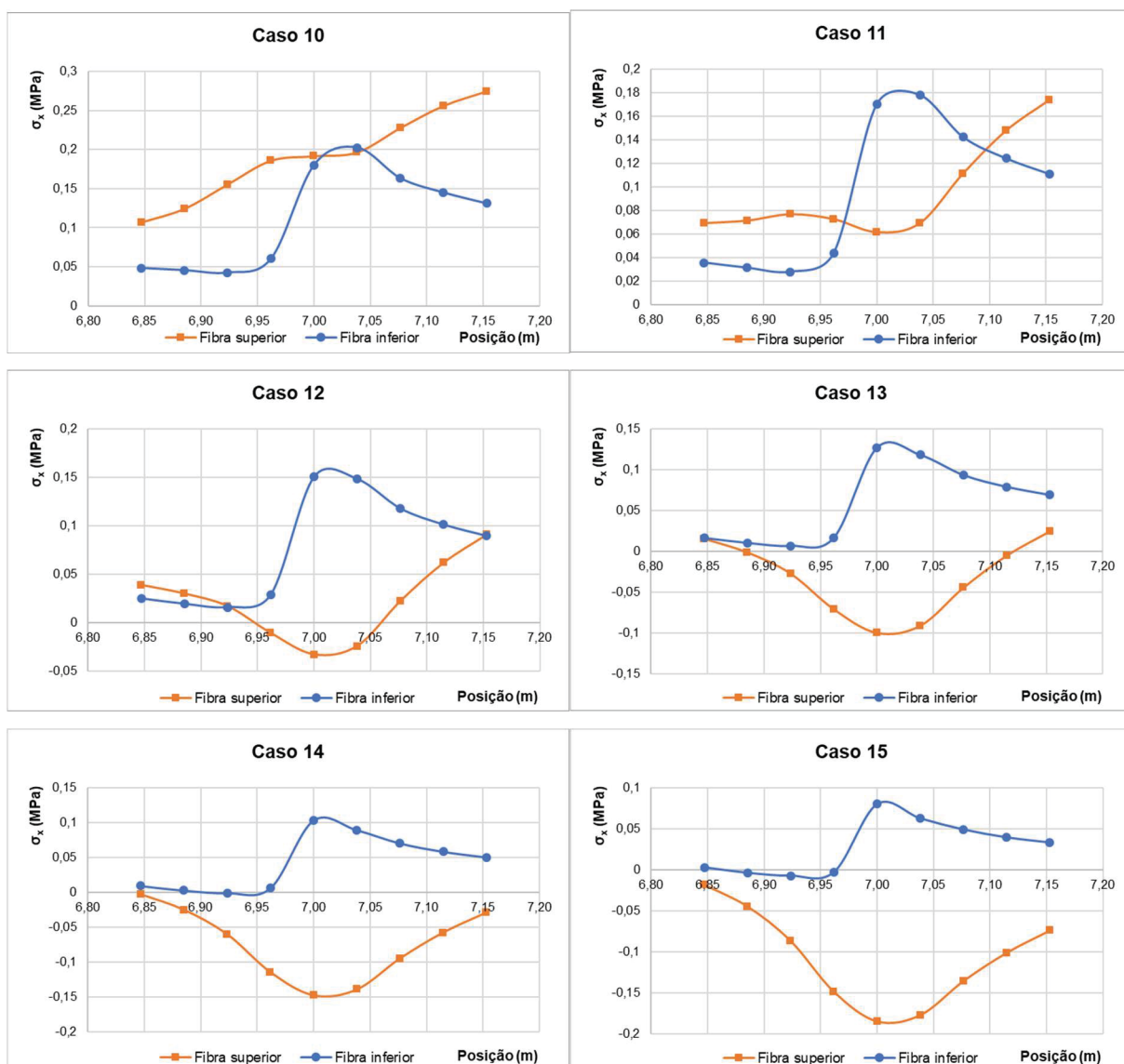
FONTE: O autor (2019).

Os resultados para a tensão σ_x nos casos 02 a 15 estão expressos nos gráficos a seguir. O caso 01 foi descartado por corresponder à situação de carga totalmente aplicada sobre a ponte.

GRÁFICO B.6 – TENSÃO σ_x (CASOS 02 – 09)

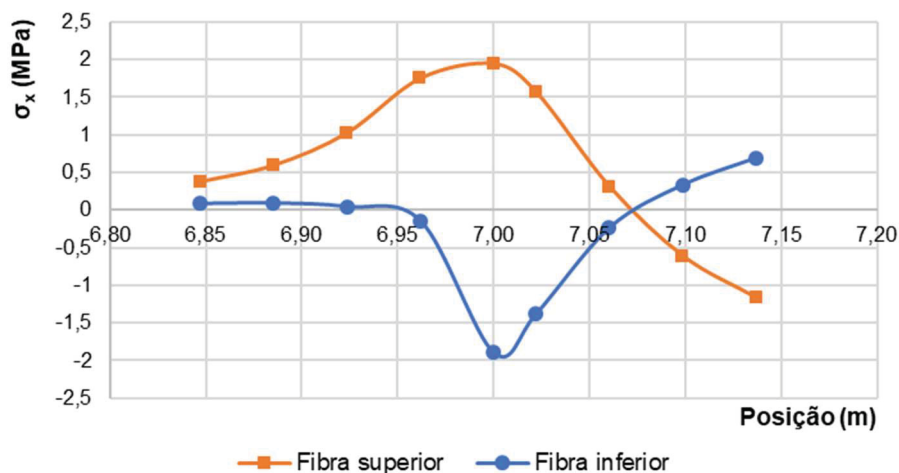


FONTE: O autor (2019).

GRÁFICO B.7 – TENSÃO σ_x (CASOS 10 – 15)

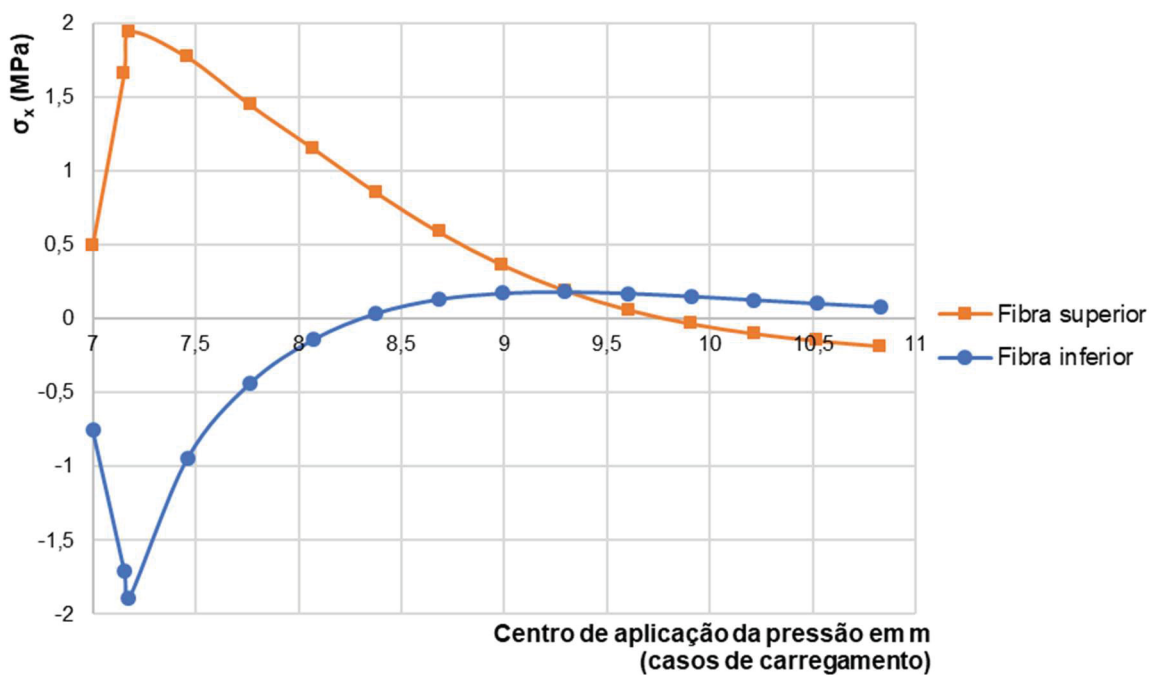
FONTE: O autor (2019).

As tensões para o caso 00, que já se esperava resultar o mais crítico em relação à tração na fibra superior, são apresentadas no gráfico B.8.

GRÁFICO B.8 – TENSÃO σ_x (CASO 00)

FONTE: O autor (2019).

Ao invés de sobrepor os gráficos dos 16 casos, e a fim de ilustrar a evolução da tensão na quina em relação ao afastamento da aplicação da carga, para esta análise se optou por apresentar os resultados da tensão σ_x para $x = 7,0$ m em relação à posição de carregamento em cada caso, conforme GRÁFICO B.9.

GRÁFICO B.9 – TENSÃO σ_x NO CONCRETO ASFÁLTICO EM $x = 7,0$ m

FONTE: O autor (2019).

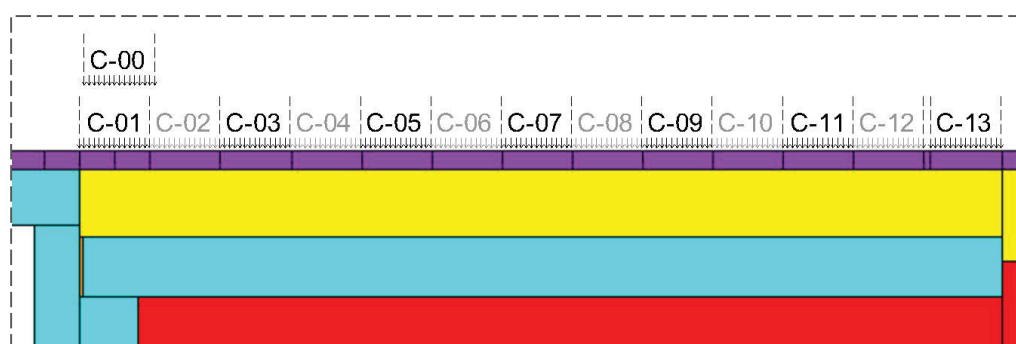
A situação mais crítica à tração na fibra superior, assim como na análise com solo de 150 MPa, correspondeu ao caso 00, com pico de 1,95 MPa. Para a tração

junto à quina, na fibra inferior, o caso mais crítico foi o 10 (centro da carga em $x = 9,295$), com tensão de 0,18 MPa. À compressão, o caso mais crítico na fibra inferior seria também o 00, com pico de -1,89 MPa.

B.3 Geometria 03, solo com módulo de 150 MPa

O estudo da posição mais crítica de carregamento para a geometria 03 seguiu o mesmo método empregado para a 01, sendo simulados 13 casos de carregamento cobrindo a extensão da placa de transição, mais o caso 00, conforme figura B.05.

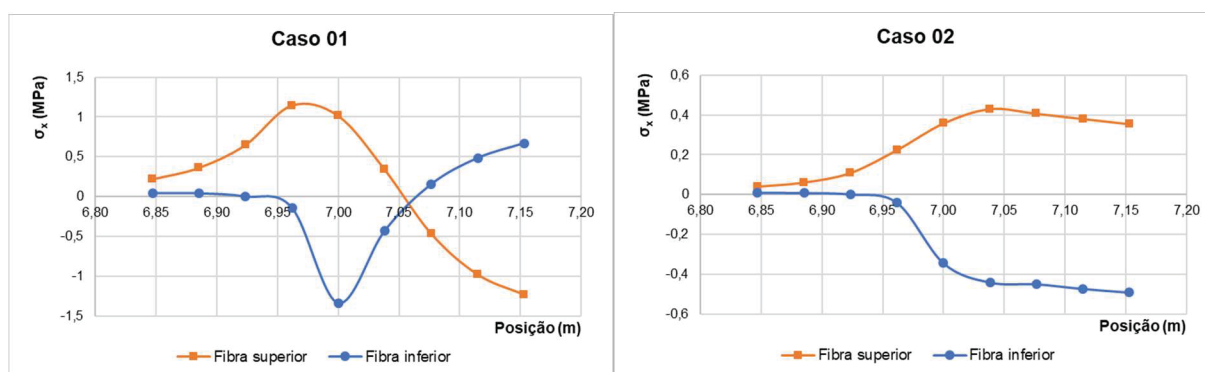
FIGURA B.05 – 14 CASOS DE CARREGAMENTO



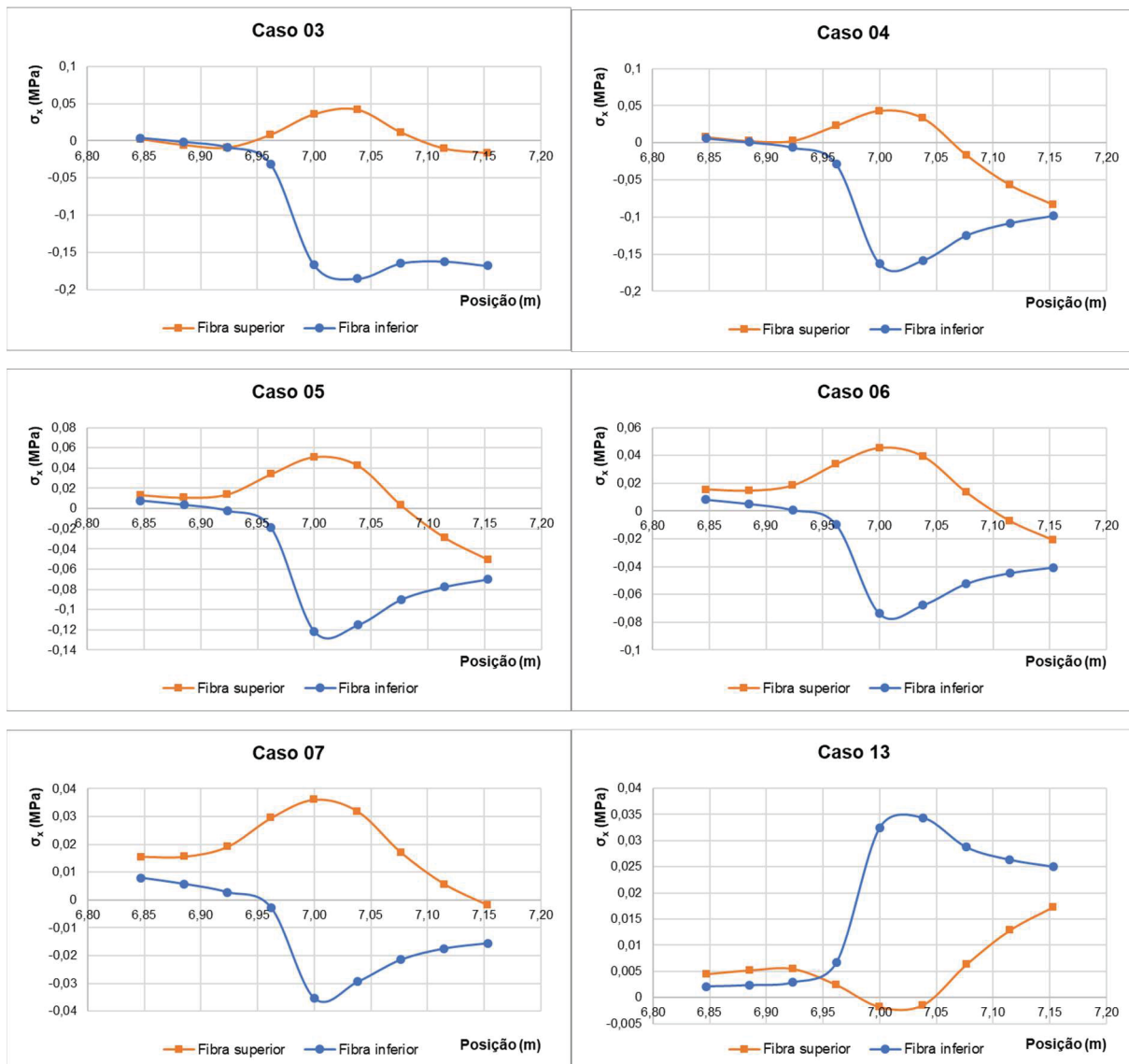
FONTE: O autor (2019).

Os resultados para as fibras superior e inferior do concreto asfáltico, nas proximidades da quina trimaterial, estão expressos nos gráficos a seguir, a partir do caso 01. Tendo se levado as simulações até o caso 07 e percebendo-se a clara tendência de que as tensões na quina estavam apenas se dissipando conforme a aplicação da carga se distanciava, não foram simulados os casos de 08 a 12, partindo-se diretamente para o caso 13.

GRÁFICO B.10 – TENSÃO σ_x (CASOS 01 – 02)

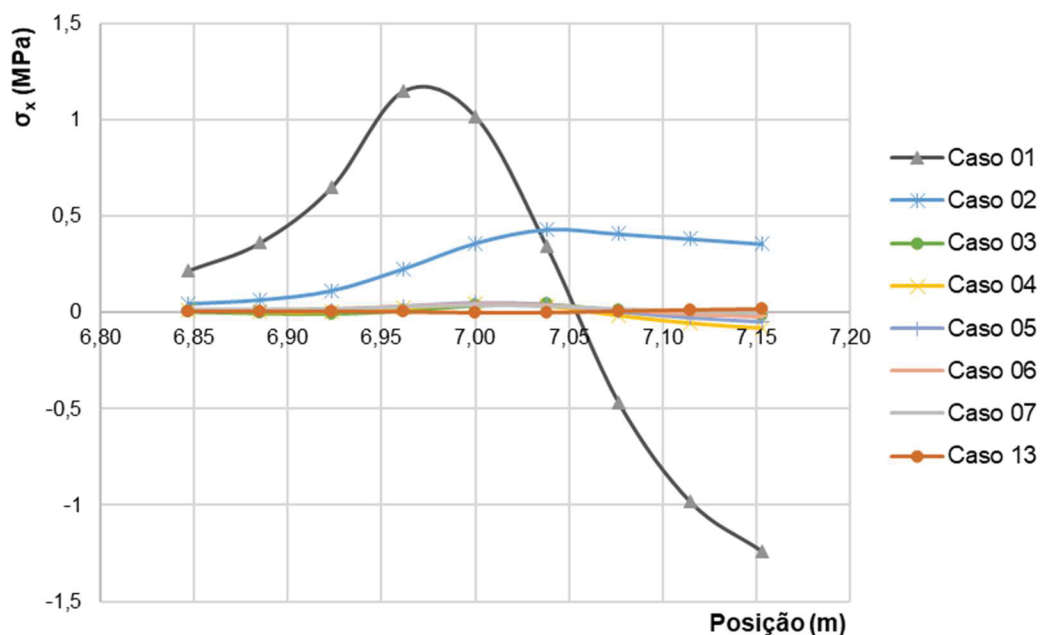


FONTE: O autor (2019).

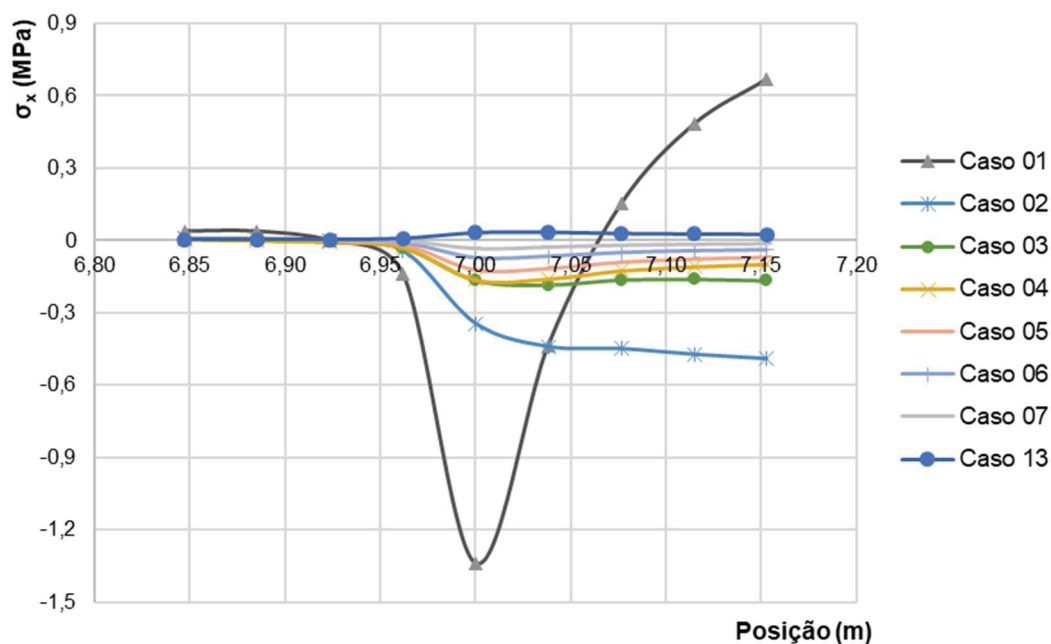
GRÁFICO B.11 – TENSÃO σ_x (CASOS 03 – 07; 13)

FONTE: O autor (2019).

Sobrepondo-se os resultados de cada caso separadamente para as fibras superior e inferior, obtêm-se os GRÁFICOS B.12 e B.13.

GRÁFICO B.12 – TENSÃO σ_x NA FIBRA SUPERIOR

FONTE: O autor (2019).

GRÁFICO B.13 – TENSÃO σ_x NA FIBRA INFERIOR

FONTE: O autor (2019).

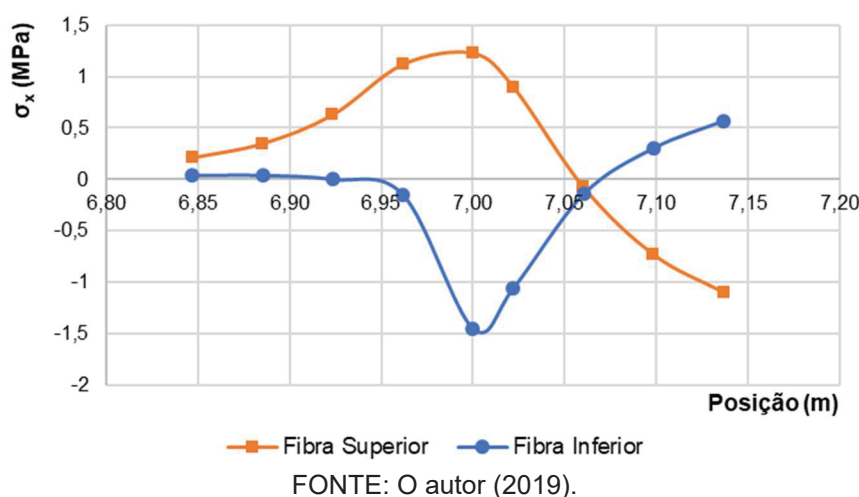
Observa-se que a situação mais crítica à tração na fibra superior esteve no caso 01, correspondente ao caso 03 da geometria 01. Na fibra inferior, que contém a quina, só houve ocorrência de tração no caso 13, com a aplicação da carga na extremidade da laje de transição, porém em valor pouco significativo (0,03 MPa). A

situação mais crítica se dá, portanto, na compressão, correspondendo também ao caso 01.

O que se percebe é que o funcionamento da laje de transição apoiada em rótula junto à ponte não exerceu grande influência nas tensões, provavelmente em função do módulo de 150 MPa do solo, conforme discutido na seção 4.3.1 em relação ao estudo de validação da rótula. A redução no pico de tensão no caso 01 provavelmente se deu apenas devido ao aumento de rigidez do conjunto de camadas logo abaixo da aplicação da carga, pela presença do concreto.

Assim, analogamente à geometria 01, realizou-se uma simulação com a carga aplicada com centro em $x = 7,175$ m (caso 00), cujas tensões resultaram nas apontadas no GRÁFICO B.14.

GRÁFICO B.14 – TENSÃO σ_x (CASO 00)



O caso 00 foi, portanto, o mais crítico, com pico de tração de 1,22 MPa na fibra superior, no ponto de coordenada $x = 7,0$ m.

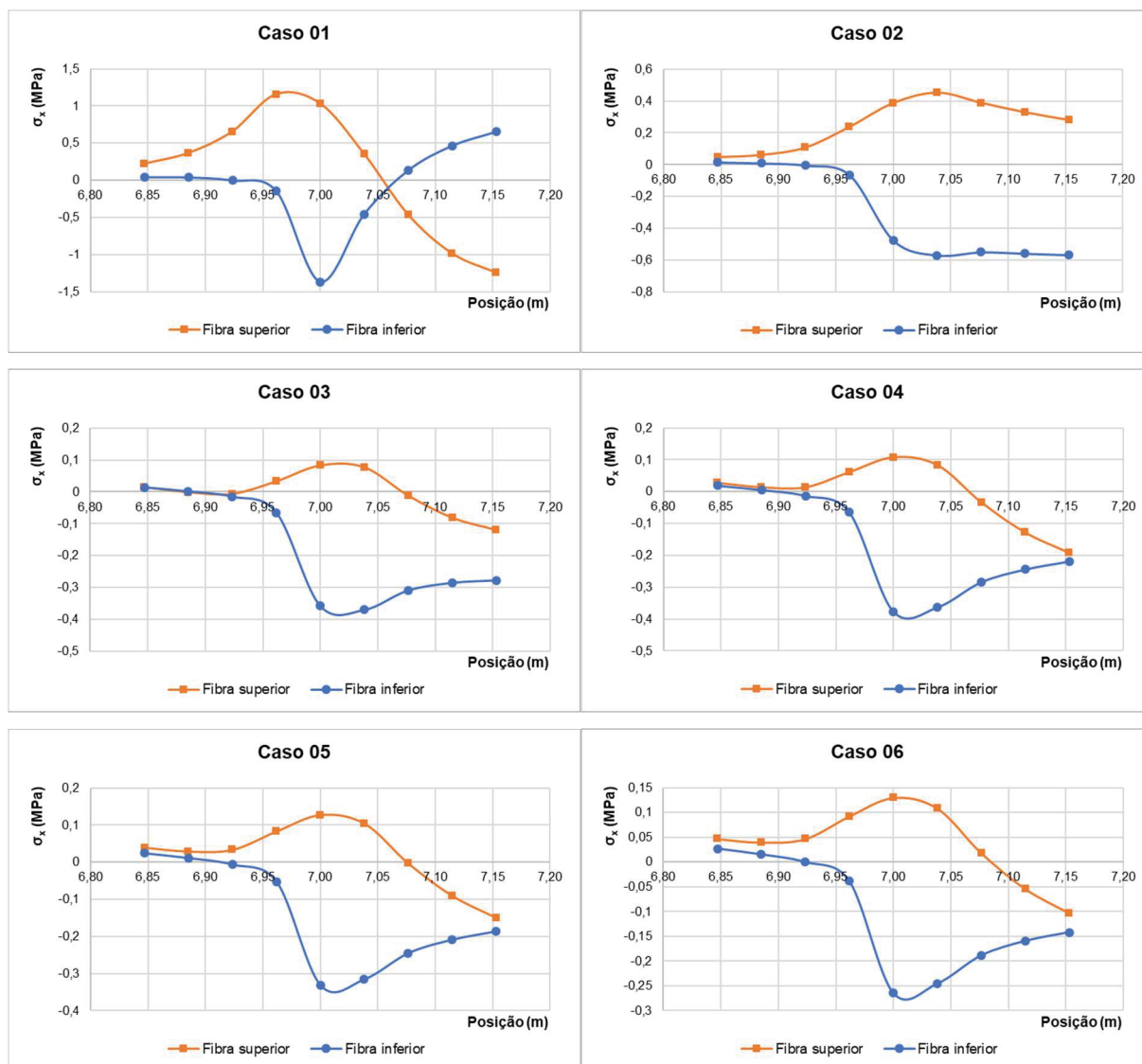
B.4 Geometria 03, solo com módulo de 25 MPa

O estudo da posição mais crítica de carregamento para a geometria 03, com solo com módulo de 25 MPa, utilizou os mesmos casos de carregamento da análise com solo de 150 MPa, ou seja, os 13 casos de carregamento cobrindo a extensão da placa de transição e o caso 00, com centro de aplicação em $x = 7,175$ m.

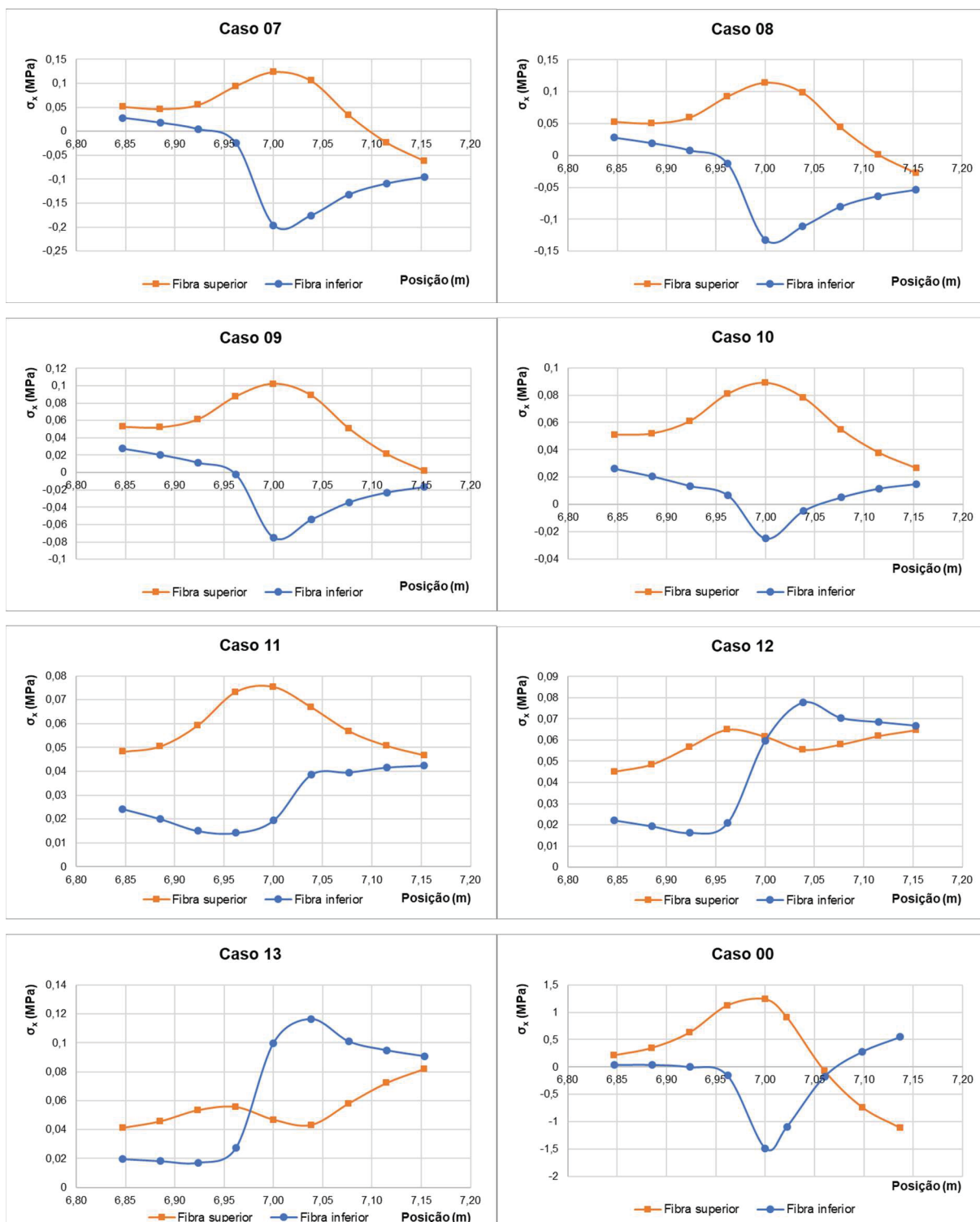
Analogamente à análise da geometria 01 com solo de 25 MPa, este estudo visou a investigar especialmente a possibilidade de ocorrência de tração na fibra

inferior do concreto asfáltico (junto à quina), pelo que, ainda que a tração na fibra superior claramente diminuísse com o afastamento da aplicação da carga, todos os casos de carregamento foram simulados de modo a poder se observar a evolução da tensão na fibra inferior. Os resultados estão expressos nos gráficos a seguir.

GRÁFICO B.15 – TENSÃO σ_x (CASOS 01 – 06)

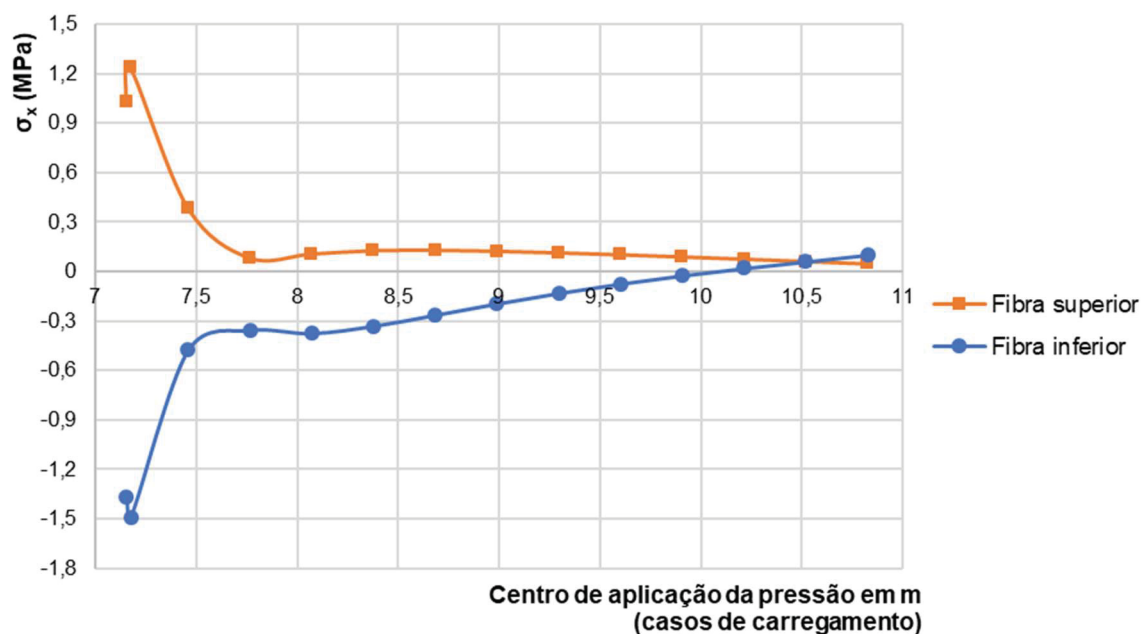


FONTE: O autor (2019).

GRÁFICO B.16 – TENSÃO σ_x (CASOS 07 – 13; 00)

FONTE: O autor (2019).

Para demonstrar essa evolução e ilustrar a situação mais crítica, ao invés de sobrepor os gráficos dos 14 casos, para esta análise são apresentados os resultados da tensão σ_x para $x = 7,0$ m em relação à posição de carregamento em cada caso, conforme GRÁFICO B.17.

GRÁFICO B.17 – TENSÃO σ_x NO CONCRETO ASFÁLTICO EM $x = 7,0$ m

FONTE: O autor (2019).

A situação mais crítica à tração na fibra superior, assim como na análise com solo de 150 MPa, correspondeu ao caso 00, com pico de 1,24 MPa. Para a tração junto à quina, na fibra inferior, o caso mais crítico foi o 13, com carga na extremidade da laje de transição, e tensão de 0,10 MPa. À compressão, o caso mais crítico na fibra inferior seria também o 00, com pico de -1,49 MPa.